

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
EXAMEN DE MATEMÁTICAS II
 Curso 2007-2008

INSTRUCCIONES:

Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

Grupo 1

Opción A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ 2x + (a + 1)y = 2 \\ 2x + (a + 1)y + (a^2 - 1)z = a + 3 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P \equiv (1, 0, 1)$ y no corta al plano $\pi_1 \equiv 3x - y - z + 1 = 0$ ni al plano que pasa por los puntos $Q_1 \equiv (1, -1, 1)$, $Q_2 \equiv (0, 1, -2)$ y $Q_3 \equiv (-1, 0, 1)$.

(2 puntos)

Opción B

B1) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & t \end{pmatrix}$, calcula el valor de t para que se cumpla $AB = BA$.

(2 puntos)

B2) Se sabe que los puntos $P_1 \equiv (2, -3, 3)$ y $P_3 \equiv (0, 1, -1)$ son vértices de un cuadrado C . Halla los otros dos vértices de C , sabiendo que están en la recta

$$r \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2} \quad (3 \text{ puntos})$$

Grupo 2

Opción C

C1) Halla la integral indefinida

$$\int x^2 \operatorname{sen}(2x) dx$$

(2 puntos)

C2) Dada la función $f(x) = (1 - x^2)\cos(\pi x)$, demuestra que existe $\alpha \in (1, 2)$ tal que $f'(\alpha) = -2$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(3 puntos)

Opción D

D1) Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos(2x) \right)^{\frac{1}{\operatorname{sen}(x^2)}}$$

(1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\ln(4x^2)}$$

(1 punto)

D2) Halla los puntos en que se cortan las funciones $f(x) = x(x + 2)$ y $g(x) = x^3$ y calcula el área de la región del plano encerrada entre sus gráficas.

(3 puntos)