



Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

Grupo 1

Opción A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x - ay + z = 0 \\ x + 3z = a - 2 \\ -x + 2ay + (a + 3)z = a^2 + a - 6 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Halla el simétrico del punto $P \equiv (0, 0, 0)$ respecto del plano $\pi \equiv 2x - y + z + 6 = 0$. (2 puntos)

Opción B

B1) Calcula el valor del determinante de la matriz $A + B$, siendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad (2 \text{ puntos})$$

B2) Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P \equiv (1, 1, 0)$ y corta a las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} 3x + 2y + z - 1 = 0 \\ x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

Opción C

C1) Dada la función

$$f(x) = x^3 + \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}x$$

demuestra que existe $\alpha \in (0, 1)$ tal que $f'(\alpha) = 2$. Dí qué teorema utilizas.

(2 puntos)

C2) Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/\sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} \quad (1'5 \text{ puntos})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^{-x} + x - 1} \quad (1'5 \text{ puntos})$$

Opción D

D1) Halla los máximos y mínimos relativos de las siguientes funciones definidas en el intervalo $[0, 4]$. Dibuja sus gráficas a partir de esos datos y de los cortes con los ejes.

$$f(x) = 2\operatorname{sen} \frac{\pi}{4}x \quad 0 \leq x \leq 4$$

$$g(x) = \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}x \quad 0 \leq x \leq 4$$

(3 puntos)

D2) Calcula el área de la región del plano encerrada entre las gráficas de las funciones dadas en el apartado D1); es decir, calcula la integral definida

$$\int_0^4 (f(x) - g(x)) dx$$

(2 puntos)