

SOBRE MODELOS DINÁMICOS DE SEGREGACIÓN

Juan Miguel Benito Ostolaza¹
Departamento de Economía
Universidad Pública de Navarra

¹ Este documento corresponde con mi trabajo de investigación realizado en mi segundo año de cursos de doctorado para conseguir la suficiencia investigadora.

Me gustaría agradecer a D. Jose M. Aizpurua su excelente dirección. A D. Javier Puértolas y a D. Teodoro Roldán les agradezco su inestimable colaboración con el programa informático. También quiero agradecer a todas aquellas personas que me han ayudado, de uno u otro modo, a que este trabajo llegue a su fin. Así mismo quiero agradecer a la Universidad Pública de Navarra por la financiación vía beca que me otorgo.

SUMARIO

Este trabajo trata sobre los modelos dinámicos de segregación. En él se observan claramente las posiciones de algunos autores económicos, y sus aportaciones a la literatura sobre este tema.

Se puede decir, que el artículo pionero fue el que escribió Thomas C. Schelling en 1971, y que es de lectura obligatoria para cualquiera que se adentre en este campo.

En el documento, y basándonos en el artículo de Schelling, construimos un programa de ordenador, que simula el comportamiento de los individuos. Este comportamiento no se ajusta exactamente, al sugerido por Schelling en 1971, ni en su publicación posterior de 1978. Nuestro modelo, se ejecuta sobre la figura geométrica del Torus, lo cual justificamos a lo largo del trabajo, y no es una idea tan descabellada, ni tan lejana a lo que podemos encontrar en la literatura.

¿Por qué se separa la gente? ¿Cómo se segregan los individuos? Estas preguntas quizá sean demasiado ambiciosas, y no es objetivo del trabajo darles una explicación coherente. Los individuos, se separan por muchas razones, y en múltiples maneras. Existe segregación por sexo, edad, ingreso, lenguaje, religión, color, ventaja comparativa e incluso por los accidentes históricos de localización. Algunas segregaciones pueden resultar de las costumbres organizativas, o de diferentes sistemas de comunicación.

El trabajo examina alguno de los incentivos individuales que pueden liderar colectivamente la segregación. Muestra, la manera en que algunas decisiones individuales, tienen resultados colectivos. Es decir, muestra algunos mecanismos que trasladan la conducta individual no organizada a resultados colectivos.

El trabajo consta de siete epígrafes:

El primero titulado “Introducción”, nos adentra en el objetivo y en el tema del Trabajo.

El segundo, nos muestra diferentes modelos lineales que podemos encontrar en la literatura, y nos adentra en el mundo de la Path Dependency.

El tercero, muestra el modelo espacial de Schelling, el cual es estudiado al detalle en este apartado, y, también, presenta nuestro modelo, además de algunos ejercicios realizados de estática comparativa, que sirven para ilustrar mejor la segregación colectiva.

El cuarto, nos presenta las conclusiones principales obtenidas en el trabajo.

El quinto, plantea una serie de cuestiones que, todavía, están sin resolver, que están pendientes y en las que estamos trabajando actualmente.

El sexto es el apéndice. Éste, se divide en dos partes. La primera parte nos presenta el programa de ordenador que hemos construido, y explica con detalle las órdenes que le hemos impuesto y para que sirven. La segunda parte, presenta algunos resultados más, que avalan las hipótesis realizadas durante la exposición del trabajo en los apartados anteriores. Estos resultados, a diferencia de los mostrados en los epígrafes anteriores, se presentan tanto gráfica como matricialmente.

El séptimo y último epígrafe, es la bibliografía, y en él se muestran las referencias bibliográficas que se han utilizado para tratar el tema expuesto, comprenderlo y obtener visiones alternativas que nos ayudaran en nuestra tarea.

1.- INTRODUCCIÓN.

La gente se separa por muchas líneas y en muchas formas. Hay segregación, entre otras cosas, por sexo, edad, nivel de renta, lenguaje, religión, color, gusto, ventaja comparativa y los accidentes históricos de localización. Algunas segregaciones resultan de las costumbres organizativas; algunas son deliberadamente organizadas; y algunas resultan de la interacción de elecciones individuales discriminantes. Algunas resultan de sistemas de comunicación, como diferentes lenguajes. Y algunas segregaciones son un corolario de otros modos de segregación: la residencia está correlacionada con la localización del trabajo y del transporte.

Según Schelling, cuando los negros excluyen a los blancos de su iglesia, o los blancos excluyen a los negros, la segregación está organizada, y puede ser recíproca o unilateral. Si los negros pasan a ser Baptistas, y los blancos Metodistas, los dos colores se segregarán los domingos a la mañana. Si los negros van a una “iglesia negra” porque están más a gusto con gente de su color, y los blancos a una “iglesia blanca” por la misma razón, indirectamente, la elección individual puede llegar a la segregación. Y si en el boletín de la iglesia es donde la gente anuncia habitaciones en alquiler, los negros alquilarán habitaciones de negros, y los blancos de blancos, por la existencia de un sistema de comunicación que está correlacionado con iglesias que están correlacionadas con el color.

Esto no es más que un simple ejemplo de las muchísimas formas que existen en nuestra sociedad para que se den situaciones de sociedades segregadas. Este trabajo trata sobre los tipos de segregación, o separación, que puede resultar de conductas individuales discriminatorias. Por “discriminatorio” intentamos reflejar, igual que Schelling, un conocimiento, consciente o inconsciente, de sexo o edad o religión, o lo que sea la base de la segregación, conocimiento que influye en las decisiones de dónde vivir, a quién situar al lado, qué ocupación desempeñar o desarrollar, con quién jugar o con quién hablar. El trabajo examina alguno de los incentivos individuales que pueden liderar colectivamente la segregación.

Hablamos de la segregación que resulta de la acción individual, no queremos decir con esto que sea más poderosa, o más importante que la discriminación organizada o la segregación económica.

El trabajo muestra cómo algunas decisiones individuales, tomadas por los agentes de forma totalmente miope, sin llegar a ningún tipo de acuerdo con otros agentes, sin que existan agentes que se anticipen, ni averigüen la elección de ningún otro, tienen resultados colectivos que nadie deseaba, o, al menos, nadie o ningún grupo social los tenía en mente antes de que sucedieran. Este trabajo, entonces, es sobre mecanismos que generan resultados colectivos a partir de conductas individuales no organizadas.

2.- EL MODELO LINEAL Y LA PATH DEPENDENCY.

2.1.- El Modelo Lineal: Schelling frente a Young.

2.1.1.- Schelling.

En 1971, Thomas C. Schelling, publicó un artículo titulado “Dynamics Models of Segregation”. En él, Schelling empezaba mostrando un modelo espacial en el que la gente se distribuye a lo largo de una línea, de acuerdo con las preferencias de composición de sus vecinos circundantes. En este modelo no hay límites objetivos de vecindario; todo el mundo define su vecindario por referencia a su propia localización. En este modelo existen dos tipos de individuos claramente diferenciados: por ejemplo, podemos suponer que los individuos son o blancos o negros, que es justamente lo que hace Schelling. Un individuo se mueve de su localización inicial si no está contento con la mezcla de color de su vecindario, moviéndose a un lugar donde su demanda de mezcla vecinal sea satisfecha.

Schelling asume una población dividida en dos grupos; cualquiera de los miembros es permanente y reconocible. Todo el mundo está preocupado por el color de la gente entre la que vive, y es capaz de observar el número de negros y blancos que

ocupan una parte del territorio. Todo el mundo tiene una localización particular en cualquier momento; y todo el mundo es capaz de moverse si no está contento. Un individuo está contento cuando la mezcla de color de su vecindario satisface su demanda, o criterio individual.

Schelling construye una línea de 35 estrellas y 35 ceros, que corresponden a los individuos, distribuidos aleatoriamente. La única preocupación de estos individuos es si sus vecinos son estrellas o ceros. En primera instancia, el autor supone que todo el mundo quiere que al menos la mitad de sus vecinos sean como él, y que cada uno defina “su vecindario” incluyendo los cuatro vecinos más cercanos en cada uno de sus lados. Por lo tanto, una estrella quiere que al menos cuatro de sus ocho vecinos más cercanos sean estrellas; un cero quiere que al menos cuatro de sus ocho vecinos más cercanos también sean ceros.

Ahora, necesitamos una regla de movimiento para los individuos. Según Schelling, un individuo descontento, se mueve al punto más cercano que satisface su demanda. Es decir, el punto más cercano en que la mitad de sus vecinos sean como él en el momento en el que él llega allí. “Más cercano” implica el punto alcanzado pasando el menor número de vecinos en el camino; y el individuo se coloca entre otros dos cuando decide quedarse. Para hacernos una idea, este movimiento es parecido al que hacemos cuando vamos a la barra de un bar que está abarrotada de gente, si queremos pedir, normalmente, nos hacemos hueco entre dos personas empujando un poco y nos quedamos, al menos, hasta que nos han atendido.

Dos cosas suceden cuando los individuos del modelo se mueven. Algunos que estaban contentos estarán descontentos, porque los miembros se mudan de sus vecindarios, o porque en nuestro vecindario aparecen miembros no deseados. Y algunos que estaban descontentos llegarían a estar contentos. En este caso, la regla será que cualquier miembro originariamente descontento que está contento cuando llega su turno no se mueva, y cualquiera que llegara a estar descontento en el proceso tendrá su turno después de que los inicialmente descontentos hayan tenido su turno.

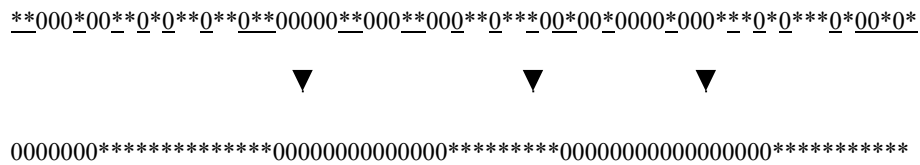
La definición de vecindario son los cuatro vecinos más cercanos a cada lado en el momento que uno decide moverse o quedarse; si alguien se mueve entre una persona,

llamémosle X, y su siguiente vecino, el cuarto vecino inicial de X siempre dejará de ser un vecino de X, porque él es ahora el quinto. Veámoslo con un ejemplo. Llamemos a los vecinos de X con 1, 2, 3, 4, y supongamos que en el vecindario se incorpora un nuevo individuo llamado Y:

X 1 2 3 4 → X Y 1 2 3

Ahora el individuo 4, no pertenece al vecindario, porque el vecindario está definido con los cuatro individuos de cada lado del individuo X.

A continuación, mostramos con un ejemplo sencillo, el modelo lineal de Schelling²:



La línea superior representa la situación inicial, mientras que la inferior es la situación final, a la que se llega después de las reglas de movimiento. Los elementos subrayados son aquellos individuos que no están contentos.

Alguien, podría preguntarse por las esquinas, por aquellos individuos que están situados en las esquinas o cerca de ellas. A este respecto, podemos encontrar diferentes ejemplos en la literatura. Pero, primero, veamos cómo soluciona esto Schelling. Para el autor de “Dynamics Models of Segregation”, si un individuo está cerca del final de la recta, la regla es que el número de vecinos de este individuo es menor, que el de otro individuo que esté en el centro. Es decir, si te toca estar en la esquina, al menos en la primera ronda, el número de tus vecinos es menor.

Otra de las opciones, es añadir a los individuos situados en las esquinas o cerca de ellas individuos imaginarios fuera de la línea, exactamente, el número de vecinos que le falte para completar su vecindario, de los cuales la mitad tendrá que ser como él mismo

² El ejemplo es la figura 2 de la página 151 del artículo de *Schelling Dynamics Models of Segregation* de 1971

H. Peyton Young, 1998, propone otra opción diferente. Young, toma las dos esquinas de la línea y las une formando una circunferencia.

2.1.2.- Young.

En el modelo de Young, igual que en el de Schelling, hay dos tipos de gente –A y B- que eligen dónde quieren vivir. Para ambos tipos de agente, su utilidad depende de la composición de su vecindario, que es la mezcla de A-es y B-es. La situación está representada en la figura 1 de la página 9, donde cada círculo representa una localización, posición. Suponemos que un individuo está descontento si sus vecinos inmediatos son distintos a él; de otra manera, él está contento. Una configuración de equilibrio es aquella en la que no hay dos agentes que deseen cambiar, o comerciar, su sitio. En otras palabras, que no existen dos individuos, que uno, o ambos, están actualmente descontentos, y ambos estarían contentos después de cambiar su localización, (si sólo una persona está descontenta de antemano, podemos imaginar que ella compensa al otro por moverse, tal que ambos están mejor después del movimiento que antes de él).

Si hay al menos dos personas de cada tipo, entonces, en el equilibrio, ninguno está descontento. Para ver esto, suponer contrariamente que un A está rodeada por dos B-es, (...BAB...BB*A*...). Moviéndonos en la dirección de las agujas del reloj en el círculo, sea B* el último tipo B en la cadena de las B-es que sigue a este A, y sea A* la persona que sigue a B*:

...BAB.....BB*A*..

Desde aquí, hay al menos dos agentes de cada tipo, que pueden estar seguros que A* es distinto del original A. Pero entonces el original descontento A podría cambiar con B* (quien está contento), y ambos estarían contentos después.

De este modo vemos que las configuraciones de equilibrio consisten en esas ordenaciones en que todos viven cerca de, al menos, una persona de su mismo tipo. No hay nadie “aislado”.

En general, hay muchos tipos de configuraciones de equilibrio. Algunas consisten en pequeños enclaves de A-es y B-es dispersos en el paisaje; en otras están completamente segregados en el sentido que todas las A-es viven en un lado del círculo, y todas las B-es en el otro lado.

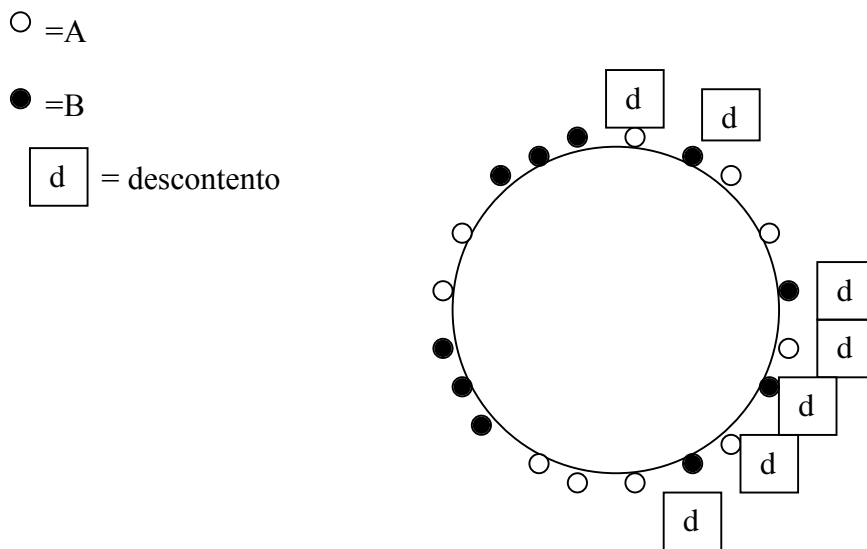


Figura 1

Podemos observar claras diferencias entre el ejemplo de Schelling y el de Young. La regla de movimiento de Young difiere un poco de la de Schelling, como ya he mencionado antes. Schelling hace que sus individuos se muevan al punto más cercano, mientras que Young les deja libertad total de movimiento, exigiendo únicamente que mejoren, es decir, que estén contentos. Pero no es esta la única diferencia, mientras que los individuos de Schelling se introducen entre otros dos, Young les obliga a intercambiarse el sitio, es decir, un individuo X intercambia su sitio con otro individuo Y, por lo que, donde estaba inicialmente X ahora estará Y, y viceversa.

Si siguiéramos el proceso, claramente se observa que el proceso de ajuste no es totalmente predecible: dónde acaba depende de dónde empieza y el orden en el que se realizan los cambios de localización. Schelling empieza el movimiento de izquierda a derecha, empezando por la esquina izquierda, mientras que Young lo hace en la dirección de la agujas del reloj, empezando desde cualquier punto del círculo. Estos procesos son algunas veces llamados “path-dependent”.

2.2- Path Dependency: la historia del QWERTY.

Quizá, el ejemplo más conocido de “Path dependency”³, es el caso del teclado de la máquina de escribir, que fue estudiado por Paul A. David. No se trata más que de un proceso de selección entre tecnologías distintas, (la QWERTY y la DSK), que dio como resultado la elección del sistema QWERTY, más lento y, por lo tanto, menos eficaz⁴. Es decir, el que en un análisis estático no hubiera elegido el agente decisivo racional entre las tecnologías en competencia. El teclado DSK, patentado en 1932 por August Dvorak y W. L. Dealey, permite una velocidad de escritura entre un 20 y un 40 por cien más rápida que el sistema QWERTY. La respuesta de la victoria del sistema QWERTY, según David, se encuentra en la “reconstrucción histórica del proceso de selección”⁵. Pero empezamos por el principio, aunque eso signifique dejar lo mejor para el final. En octubre de 1867, un señor apellidado Sholes patentó una máquina de escribir en Milwaukee, Wisconsin. La máquina tenía varios fallos y no se pudo comercializar. Tras siete años de mejoras, Sholes logró vender la patente a la sociedad E. Remington e hijos, conocidos fabricantes de armas, y hoy en día famosos por sus rifles. Es en este momento cuando empieza la muy conocida historia del QWERTY. El principal problema del funcionamiento de la máquina era que los macillos de las letras se

³ O proceso de trayectorias dependientes, como algunos autores lo han traducido, aunque nosotros, preferimos utilizar el término en inglés.

⁴ Menos eficaz hoy en día, pero no en aquel tiempo, que no se buscaba tanto la rapidez como que el teclado funcionase. Por lo que pido disculpas si a alguien el término “menos eficaz” le resulta una crítica demasiado dura para la tecnología QWERTY.

⁵ Según Baccini, A. y Giannetti, R., (1997): *Cliometría*, Barcelona: Crítica.

montaban entre sí continuamente. En seguida, la Remington descubrió que si situaba la secuencia QWERTY a la izquierda de la fila superior del teclado, se evitaban las superposiciones de los macillos. Tras aparecer las máquinas Remington en el mercado, se desarrollaron mucho las escuelas de mecanografía, y a las mecanógrafas se les aconsejó que escribieran con máquinas QWERTY. De este modo, se creó un círculo virtuoso: el comprador de una máquina de escribir que elegía una QWERTY se garantizaba la posibilidad de encontrar una secretaria que supiera escribir a máquina. A su vez, la aspirante a secretaria que había aprendido a escribir en un teclado QWERTY, tenía más posibilidades de encontrar un puesto de trabajo. Gracias a este mecanismo virtuoso, el QWERTY, se impuso rápidamente como teclado estándar.

3.- EL MODELO ESPACIAL.

Pero volvamos a lo que nos ocupaba desde un principio, los modelos dinámicos de segregación. Schelling, en 1971, además de mostrar un modelo lineal, también nos muestra un modelo espacial. Este modelo, además, aparecerá en una publicación suya posterior, en 1978. Este modelo ha sido bautizado por algunos autores, como K. Binmore, como el “solitario” de Schelling, parece ser porque lo juega uno solo, y sobre una superficie que tiene un gran parecido con un tablero de ajedrez.

3.1.- El Modelo Espacial de Schelling.

Este modelo es muy parecido al lineal, aunque posee algunos cambios significativos. Primero se construye una especie de tablero, que está dividido en filas y columnas, por lo tanto tenemos una parrilla. En cada una de estas celdas colocamos a los individuos, que serán de dos clases claramente diferenciables, uno en cada celda, por supuesto. Además, en este caso entra en juego un tercer elemento, los espacios en blanco, ya que Schelling los necesita para que se dé el movimiento de los individuos. En resumen, tenemos un tablero con individuos de dos tipos diferentes y algunas celdas en blanco distribuidos de alguna forma, por ejemplo, aleatoriamente.

Por otro lado, el vecindario ha sido definido por los ocho cuadrados circundantes que, junto con el cuadrado propio, forman un cuadrado de 3x3. Las reglas de movimiento también ha variado un poco. Aunque se mantiene la idea del modelo lineal, de moverse al sitio más cercano que satisfaga su demanda de vecinos, ahora existe un requisito distinto, los individuos ya no se introducen entre otros dos como antes, un individuo se mueve siempre a un sitio en blanco y, cuando se ha movido, el sitio que ocupaba inicialmente se queda vacío.

Igual que en el modelo lineal, a los individuos situados en las esquinas se les añaden vecinos imaginariamente, de los cuales la mitad tienen que ser como él mismo.

Schelling comienza construyendo un espacio de trece filas y dieciséis columnas, con alrededor de un tercio de espacios en blanco, como en la figura 2. Para empezar, igual que en el lineal, se supone que los individuos quieren que, al menos, la mitad de sus vecinos sean como ellos, tenemos que tener en cuenta ahora que los espacios en blanco, que podemos encontrar en el vecindario reducen el número de vecinos. Así, si tenemos dos espacios en blanco en nuestro vecindario, tendremos sólo seis vecinos en total, de los que exigiremos que, al menos tres sean del mismo tipo que nosotros.

0	#	#	#	#	0	0	0	0	#	#	0	0	
0	#	0	0	0	#	#			#	#	0		
#	#	0	0	#	#				0	#	#	#	
#		#	#			0	#	#	#	0	0		
0	0	0	#	#	#	#			#		0	0	
#	0	#		0	0	#			0	0	#	#	
#	0	0	#				0	0	0	#	#	#	
0	#	0	#	#	#	#	0	0	0			#	
0	#	0				#	#	0				#	
0	0		#			0	#	0	0	0	0	#	#
	0	#	0	0	0	0	0	0	#	#	0	#	#
#		0	#	0	#		0	0	#	0	#	0	0
0	0		0	#	0	#	0	0	0			#	#

Figura 2

3.2.- Nuestro Modelo Espacial: El Torus.

Basándonos en este modelo espacial de Schelling, hemos construido otro que difiere en algunos aspectos con el anterior. Hemos construido un programa de ordenador con el paquete informático Mathematica 4.0. Los resultados se muestran en forma de matriz y por medio de una tabla en que cada uno de los tipos de individuos y los espacios en blanco se diferencian por colores. Aunque obligamos a los individuos a moverse siempre a un espacio en blanco como Schelling, el vecindario es un poco diferente. Se mantiene el vecindario como los ocho vecinos circundantes a uno mismo, constituyendo una matriz de 3×3 , de la misma manera que Schelling. Tomamos la idea de Young de unir las esquinas, así, construimos un torus imaginario, es decir, la frontera izquierda se une a la derecha, y la superior a la inferior. Por otro lado, los individuos se mueven al sitio más cercano que satisface su demanda, como Schelling. El punto más cercano significa el punto alcanzado pasando por el menor número de vecinos en el camino. Una cuestión que nos parece relevante es definir “pasar por el menor número de vecinos”. Aunque Schelling no lo hace en su artículo, hemos decidido utilizar la distancia euclídea. De esta forma, nos desplazamos mediante un único movimiento a cualquiera de las posiciones de nuestros ocho vecinos. Al principio, pensamos en definir el desplazamiento por medio de movimientos verticales y horizontales, así, si un individuo quería desplazarse en diagonal, tenía que hacer dos movimientos, primero uno horizontal, y luego otro vertical. Pero, nos parece más natural el movimiento euclídeo. Con este movimiento, desplazarse en diagonal es un movimiento.

Nuestro modelo, igual que el de Schelling, tiene cinco elementos que son fáciles de variar:

- El tamaño del vecindario.
- El porcentaje de vecinos demandado del mismo tipo que uno mismo.
- La cantidad de estrellas y ceros en el total de la población.
- Las reglas que gobiernan el movimiento.
- Y, la configuración inicial.

Los resultados del modelo serán expuestos a lo largo del trabajo. Por simplicidad, mostraremos solamente la tabla inicial y la final, ya que en muchos casos, hacen faltan más de veinte iteraciones para llegar al equilibrio.

Igual que Schelling, y con el motivo de seguir su procedimiento, hemos construido una matriz, que representa la población, de 13 filas y 16 columnas, con alrededor de un tercio de espacios en blanco, un tercio de individuos de tipo 1, y un tercio de individuos de tipo 2. La situación inicial, será dibujada aleatoriamente, y mostraremos distintas para compararlas y ver el comportamiento colectivo de la sociedad. Estas tablas representan matrices, que pueden verse en el Apéndice de este trabajo.

En primera instancia, vamos a suponer que los individuos quieren que al menos la mitad de su vecindario sea del mismo tipo que ellos.

No vamos a permitir que un individuo esté rodeado sólo por espacios en blanco, todos deben tener vecinos. La única forma posible de estar aislado es que el individuo lo esté en la situación inicial, pero solamente lo estará en este período, ya que en el siguiente, cambiará su localización, o se le situará alguien al lado.

La figura 3, muestra una distribución aleatoria inicial, y una distribución final. El orden de movimiento empieza de la parte superior izquierda hasta la parte inferior derecha de la matriz definida como sociedad. Este comportamiento difiere un poco en el gráfico, debido a la situación de las filas de la matriz. La primera fila superior de la matriz, se corresponde con la primera fila inferior del gráfico, por lo tanto, el orden de movimiento en el gráfico es desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha.

Los individuos del tipo 1 se representan con el color rojo, mientras que los del tipo dos con el color azul. Los espacios en blanco están representados con el color gris.

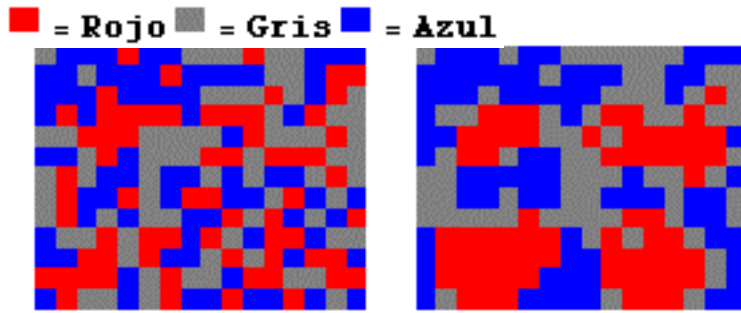


Figura 3

Si alguien insiste en encontrar “vecindarios homogéneos” en la distribución inicial, que es aleatoria, ciertamente puede hacerlo. “Aleatoriedad” no es “regularidad”. Si vamos a buscar “áreas segregadas”, e intentar formar una impresión, u opinión, de la forma en que están segregadas, o de la cuantía de la segregación, podemos dibujar límites de vecindario en patrones aleatorios.

Los patrones, aunque pueden ser engañosos, son usados como alguna medida de segregación, concentración, agrupación, o clasificación. Una medida posible es la proporción media de vecinos del mismo u opuesto color, y es ésta la medida que Schelling utiliza. Si contamos los vecinos del mismo color, y los de color opuesto, de cada uno de los 150 individuos de tipo uno y tipo dos, aleatoriamente distribuidos en la primera gráfica de la figura 3, encontramos que los individuos de tipo uno, de media, tienen un 52% de sus vecinos del mismo color, los del tipo dos un 48%⁶.

Existen, por supuesto, infinidad de patrones regulares, que proporcionarían a todo el mundo un conjunto de vecinos cuya mitad fuese de su propio tipo, y la otra mitad del opuesto. Por ejemplo, un patrón de tablero de damas lo haría; alternar líneas diagonales de individuos de tipo uno y tipo dos también lo haría; etc.

⁶ Los porcentajes pueden diferir a causa de que los individuos de tipo uno y de tipo dos, pueden tener diferentes número de vecinos que son espacios en blanco.

3.3.- Intensidad de Demanda para los Tipos de Vecinos.

Cuando los dos colores son iguales en número, es decir, la fracción correspondiente a cada uno de los tipos de individuos, es similar, y los vecindarios son definidos como los ocho cuadrados circundantes, y ambas clases de individuos tienen las mismas demandas de vecinos de su misma clase, la concentración que resulta es escasa si, la demanda mínima de vecinos de su misma clase es alrededor de un tercio, o menor. Como podemos observar en las figuras 4 y 5, presentamos la simulación cuando la demanda de cada uno de los individuos es de, al menos, un quinto y un tercio de vecinos como ellos respectivamente. Hemos mantenido invariado todo lo demás, el movimiento, el vecindario, etc.

Figura 4

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

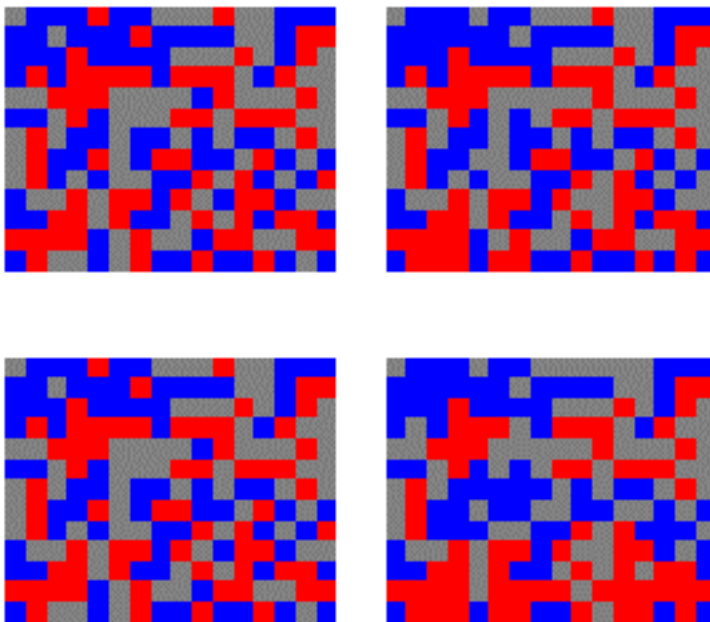


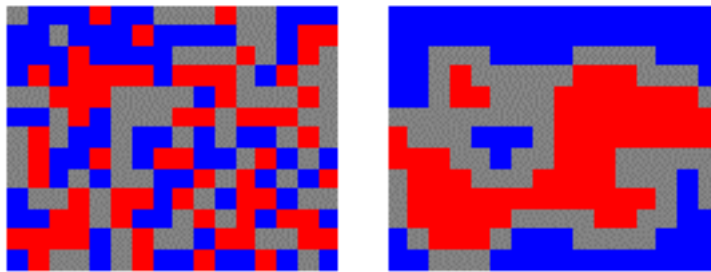
Figura 5

Por otro lado, la segregación es notable cuando la demanda es tan grande como un medio, ver Figura 3.

Como curiosidad, se presenta la figura 6, en las que los individuos quieren que las personas de su mismo tipo en su vecindario, superen en, al menos, cuatro a uno los de tipo opuesto. La segregación que se da, es como cabe esperar, muy radical, pero lo que más llama la atención, es cómo los espacios en blanco se acaban localizando formando una especie de frontera entre las clases de individuos de la población.

Figura 6

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul



Un aumento en la demanda del mismo tipo de vecinos, produce tres cosas. Primero, aumenta el número de individuos que inicialmente estaba descontento. Segundo, aumenta la densidad local de colores, o tipos de individuos, que resulta de cada movimiento. Y, tercero, la mayor demanda, hace que el movimiento sea inducido hacia aquellos individuos que inicialmente estaban contentos. Estos tres efectos juntos, hacen que la segregación resultante, sea más rápida y, sobre todo, más visible.

3.4.- Demandas Desiguales.

Si tenemos una fracción similar de individuos de tipo uno y de tipo dos, pero uno es más demandado que el otro, el más demandado termina, como media, con una proporción mayor de vecinos iguales.

La figura 7, presenta el caso en el que los individuos de tipo dos demandan un vecindario que esté compuesto de, al menos, un cuarto de vecinos como ellos, mientras

que los de tipo uno, quieren un vecindario en el que la mitad de sus vecinos sean de su propio color.

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

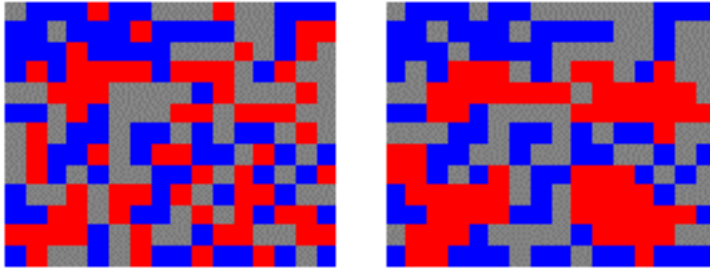


Figura 7

En la figura 7, podemos observar que los individuos de tipo uno, que están representados en color rojo, terminan agrupándose en, por decirlo de alguna manera, cuatro grandes núcleos de vecinos homogéneos. Esto se debe, en gran parte, a la localización inicial tanto de los individuos de tipo uno, como de los de tipo dos. Al ser la demanda de vecinos del mismo color exigida por los individuos de tipo dos bastante reducida, éstos apenas tienen que desplazarse de su localización inicial, ya que en ella la mayoría de ellos están contentos. Por lo tanto, los otros individuos, los rojos, se agrupan en aquellas zonas, en las cuales, en la situación inicial, podíamos encontrar varios individuos de tipo uno agrupados, aunque no de forma masiva, lo suficiente para inducir el movimiento hacia estas zonas.

Un ejemplo más claro, quizá, sea el de la figura 8, en el que los individuos de tipo uno tienen una demanda de vecinos como ellos de, al menos, dos a uno, mientras que los de tipo dos, de un tercio.

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

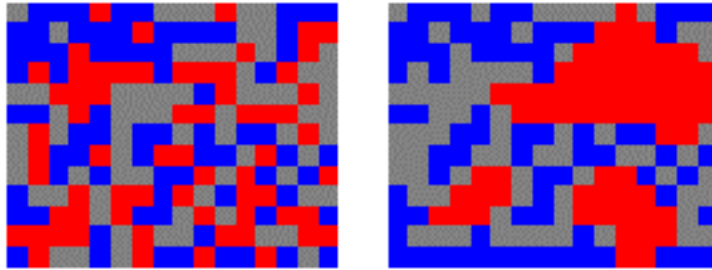


Figura 8

3.5.- Números Distintos, Demandas Iguales.

Si situamos a uno de los dos tipos de individuos en estado minoritario, siendo excedido en número tres a uno, o cuatro a uno, ocurre una mayor segregación que con similar fracción de la población.

Las figuras que presentamos en este apartado, se han realizado suponiendo que los individuos de tipo uno exceden a los de tipo dos, y que la demanda de vecinos como ellos exigida por ambas clases de agentes es idéntica.

En ellas, podemos observar, que los individuos que componen la minoría, en general, se agrupan en lagos, o zonas, mientras que la mayoría se distribuye por todo el área.

La figura 9, nos muestra esto, cuando la minoría representa un tercio de la población de individuos, frente a los dos tercios de la mayoría.

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

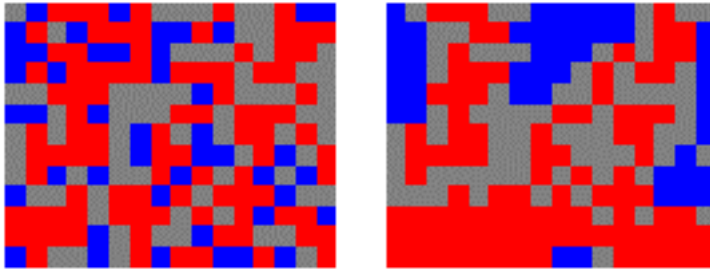
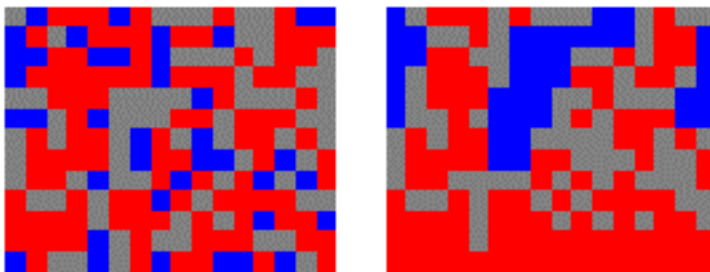


Figura 9

La figura 10, representa lo mismo, la única diferencia, con respecto a la anterior gráfica, es que en ella la minoría es un cuarto de la población total de los individuos. Los espacios en blanco no pertenecen a la población total de individuos.

Figura 10

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul



Con el término “mayor segregación” que hemos mencionado antes, nos estamos refiriendo, a esta situación en la que todos los individuos de la minoría terminan en unos pocos islotes, en los que están aglomerados.

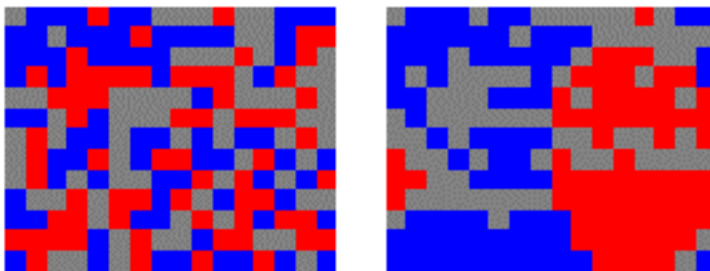
3.6.- Tamaño del Vecindario.

Si aumentamos el área que representa el vecindario de cada uno de los individuos, y mantenemos similar número de individuos de cada clase, y ambos con la misma demanda de la mitad de vecinos como ellos, observamos que no sólo se produce un agrupamiento local, sino que, también, se puede apreciar una segregación regional. Si nos fijamos en las figuras 11 y 12 , podríamos realizar un corte transversal del área, situando a la mayoría de cada uno de las dos clases de individuos en cada una de las dos partes del área inicial.

La Figura 11 nos muestra lo que sucede cuando el vecindario está definido por los veinticuatro vecino circundantes del individuo. Formando de esta manera una matriz de 5x5.

Figura 11

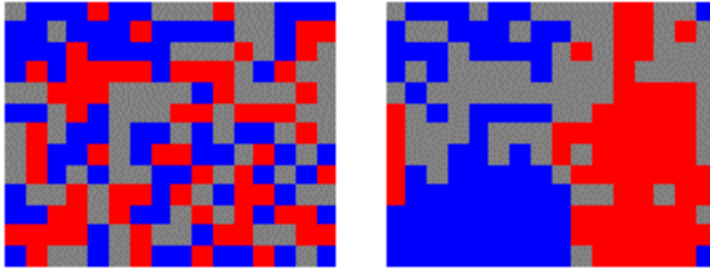
■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul



La figura 12 resulta de exigir que el vecindario esté compuesto por los cuarenta y ocho vecinos circundantes, formando una matriz de 7x7.

Figura 12

■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul



4.- CONCLUSIONES.

Muchos son los tipos de segregación que pueden resultar de conductas individuales discriminatorias. El trabajo ha mostrado cómo algunas decisiones individuales no organizadas generan resultados colectivos.

A continuación mostramos algunos resultados que podríamos destacar dentro del trabajo.

Estos resultados son reflejo del proceso de nuestro modelo espacial. Sabemos que dónde acaba depende de dónde empieza y del orden en el que se realizan los cambios de localización. Las configuraciones de equilibrio difieren unas de otras, por lo que los resultados presentados son genéricos para todas aquellas configuraciones obtenidas por nuestro modelo.

- A igual número de individuos con igual demanda de vecinos de su propio color, la concentración resultante es escasa cuando la demanda mínima de vecinos es de un tercio o menor. Por otro lado la segregación es notable cuando la demanda es un medio o mayor.
- Un aumento en la demanda de vecinos de nuestro propio color, aumenta el número de individuos que inicialmente están descontentos, y aumenta la densidad local del tipo de individuos.

- Si existe una minoría, la segregación resultante es mayor que con similar fracción de tipos de individuos en la población.
- Si aumentamos el tamaño del vecindario de cada uno de los individuos se produce tanto un agrupamiento local como regional.

5.- CUESTIONES PENDIENTES.

Sobre los modelos dinámicos de segregación mucho es el trabajo que queda por realizar, nos queda mucho todavía por recorrer. Es cierto que este trabajo sólo abarca una diminuta fracción de todas las posibles causas de segregación pero, incluso dentro de esa pequeña parte, algunas cuestiones que nos llegan a la mente no han sido resueltas todavía.

En el trabajo hemos hablado de iteraciones. En cada momento un sujeto está contento, o no lo está, por lo que cambia su localización, o no. Su movimiento no tiene porque ser único o final, porque sus vecinos también pueden moverse. Pero, podríamos pensar que los individuos tienen diferentes preferencias, según el número de vecinos. Por ejemplo, si un individuo tiene entre cuatro y seis vecinos, podría desear, que entre uno y tres de sus vecinos sean como él; entre tres y cuatro si sus vecinos son siete; y entre cinco y ocho si su vecindario está compuesto por ocho individuos.

Por otro lado, también podríamos estudiar el problema si restringimos el desplazamiento de los individuos, por ejemplo, solamente les dejamos desplazarse un número máximo de desplazamientos posibles, por ejemplo, cuatro. Es decir, intentamos responder a la siguiente cuestión, ¿tiene sentido que los desplazamientos no estén limitados?

Otra cuestión es introducir preferencias en el movimiento y en la demanda. Un individuo puede preferir tener tres vecinos de su mismo tipo en la localización en la que está, que tener cuatro habiéndose desplazado cuatro lugares. Es decir, introducir un coste al desplazamiento.

En este trabajo, los individuos son claramente diferenciados, en todo momento sabemos cómo son nuestros vecinos. No obstante, el problema variaría si los agentes no son capaces de diferenciar totalmente a sus vecinos, por ejemplo, por distintas ideologías. Podemos suponer que los agentes diferencian a sus vecinos con una probabilidad de acierto del 90%, es decir, ven de forma errónea la sociedad⁷.

Éstas y otras muchas preguntas quedan por resolver, y darles respuesta es una ambiciosa empresa en la que estamos inmersos en este momento.

⁷ Este problema nos introduciría en el mundo de los modelos dinámicos estocásticos, en vez de los modelos dinámicos estáticos, o deterministas, que hemos visto hasta ahora.

6.- APÉNDICE.

En este apéndice, mostramos el programa que hemos creado con el paquete informático Mathematica 4.0, y explicamos cada una de las órdenes del mismo.

Además, mostramos algunos resultados de las simulaciones realizadas con el programa. Estos resultados se muestran tanto gráfica como matricialmente, con lo que podemos comprobar que el dibujo no es más que una representación de la matriz, que es lo que el programa realmente utiliza.

6.1.- EL PROGRAMA.

Nuestro modelo utiliza un rectángulo, matriz, de trece filas por dieciséis columnas. Existe una densidad de población, p , de los individuos ocupando las celdas de dicho rectángulo, y los restantes sitios están vacíos. La población consiste de dos tipos de individuos, de los que una fracción g son de un tipo, y una fracción $(1-g)$ son de otro tipo. El sistema se desarrolla sobre un número dado de períodos t .

6.1.1.- La Sociedad.

Para especificar la sociedad, primero necesitamos especificar los valores de los individuos.

El valor de un sitio vacío es 0.

El valor de un sitio que está ocupado por un individuo es una lista de atributos que consiste en un elemento cuyo valor es 1 ó 2, indicando, de esta manera, que tipo de persona es.

Inicialmente la población está aleatoriamente distribuida en la matriz.

La orden para construir esto, está dada por:

```
society =Table[Floor[p + Random[]], {13}, {16}] /. 1 -> {1 + Floor[g + Random[]]};
```

6.1.2.- La Ejecución del Programa.

Durante cada período, el siguiente proceso ocurre consecutivamente:

- Se determina que individuos quieren moverse del sitio, que ellos están ocupando, basándonos en algún criterio, (para empezar, utilizaremos el mismo que Schelling, es decir, un individuo se mueve si al menos, el 50 % de sus vecinos no son de su mismo tipo), y a que sitio vacío, ellos se moverán.
- Cada individuo que desea moverse de su sitio, y ha encontrado un sitio vacío al que moverse, se mueve dejando un sitio vacío en el lugar que estaba inicialmente. Todos los demás permanecen sin cambio alguno en su localización.
- Los individuos se mueven hasta que exista algún sitio vacío que cumpla su demanda, o hasta que no haya nadie que quiera cambiar su localización.

6.1.3.- Determinando Individuos Contentos y los Sitios Alcanzables.

En nuestro programa, es fundamental determinar los individuos cuya demanda de vecinos es satisfecha, a estos los llamamos, individuos contentos. Para ello, las siguientes cuatro reglas, cambian el valor de un sitio que está ocupado.

Los individuos que poseen el atributo $\{1\}$ se transforman en $\{1,1\}$, si desean moverse, es decir, si no están contentos.

Además, a diferencia del programa de Richard J. Gaylord y J. D'Andria, 1998, nosotros no permitimos que ningún individuo se quede aislado, para lo cual, siguiendo la misma pauta, transformamos aquellos individuos del tipo $\{1\}$ que no tienen ningún vecino como él, o está rodeado por sitios en blanco, o todos sus vecinos de diferente color en $\{1,1\}$. Uno podría preguntarse, que sentido tiene transformar aquellos individuos cuyo vecindario es íntegramente del otro tipo, la respuesta es simple. La primera orden sólo tiene en cuenta, aquellos individuos que poseen vecinos de los dos tipos, por lo que podría presentarse algún individuo rodeado de vecinos del tipo opuesto, y éste no sería desplazado por el programa. Esta es una cuestión que Gaylord y

D'Andria no han tenido en cuenta, y es la causa de que algunas de sus simulaciones no cumplan el objetivo de Schelling, dejando algunos individuos totalmente rodeados por individuos del tipo opuesto, o con un vecindario compuesto por sitios en blanco e individuos del tipo opuesto.

Lo mismo hacemos con los individuos de atributo $\{2\}$, los cuales son transformados en $\{2,2\}$, si no están contentos, o si están aislados.

Las órdenes son las que se muestran a continuación, de las cuales, las dos primeras corresponden a los individuos de tipo uno, y las dos restantes a los de tipo dos.

$$\begin{aligned} \text{decideToFly}[\{1\}, \text{res_}] &:= \{1, 1\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{1\}] < \text{Count}[\{\text{res}\}, \{2\}]; \\ \text{decideToFly}[\{1\}, \text{res_}] &:= \{1, 1\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{1\}] \leq 0; \\ \text{decideToFly}[\{2\}, \text{res_}] &:= \{2, 2\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{2\}] < \text{Count}[\{\text{res}\}, \{1\}]; \\ \text{decideToFly}[\{2\}, \text{res_}] &:= \{2, 2\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{2\}] \leq 0; \end{aligned}$$

Las siguientes dos reglas, cambian el valor de un sitio vacío de 0 a $\{0,1\}$, ó $\{0,2\}$, si es una relocalización aceptable para una persona no contenta de tipo $\{1\}$ ó $\{2\}$, respectivamente.

$$\begin{aligned} \text{decideToFly}[0, \text{res_}] &:= \{0, 1\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{1\}] \geq \text{Count}[\{\text{res}\}, \{2\}]; \\ \text{decideToFly}[0, \text{res_}] &:= \{0, 2\} /; \text{Count}[\{\text{res}\}, \{2\}] \geq \text{Count}[\{\text{res}\}, \{1\}]; \end{aligned}$$

En estas dos últimas reglas, también hemos introducido alguna modificación respecto a las de Gaylord y D'Andria. Estos autores, sólo permiten moverse a los individuos a aquellos sitios en blanco en los que los vecinos de su mismo tipo son mayoría. Nosotros, en cambio, permitimos que los individuos que no están contentos, se muevan a sitios en blanco que poseen un vecindario con la mitad de un tipo y la mitad del otro. De esta forma, los individuos no contentos ganan, porque ahora están contentos. Con esto no rompemos la restricción inicial de que, al menos la mitad de su vecindario sea como él. Y además, existen más espacios en blanco para poder moverse, con lo que facilitamos el movimiento, retardando de este modo que la situación se

bloquee. Una situación está bloqueada, si los individuos no contentos, no pueden encontrar un sitio en blanco que satisfaga sus demandas.

Por último, los demás sitios ocupados que no cumplen las seis reglas anteriores, no cambian, se quedan como están, para ello utilizamos la siguiente orden.

$$decideToFly[x_, _] := x;$$

Todas estas reglas definidas como la función *decideToFly[]* son aplicadas al área, o matriz, utilizando una función anónima, que es representada en el programa por:

$$Moore[decideToFly, \#] \&$$

donde la función *Moore[]* esta definida como:

$$Moore[func_, lat_] := MapThread[func, Map[RotateRight[lat, \#] \&, {{0, 0}, {1, 0}, {0, -1}, {-1, 0}, {0, 1}, {1, -1}, {-1, -1}, {-1, 1}, {1, 1}}], 2];$$

Esta función, se aplica a la matriz definida como *society*, y lo que hace realmente es definirnos el vecindario. El vecindario como ya he mencionado antes, se representa por los ocho vecinos circundantes a un individuo, constituyendo una matriz de 3x3, en la cual el punto del centro es el individuo que decide, si moverse o no. Para conseguir esto, lo hacemos mediante la secuencia de vectores que aparece en la función *Moore[]*. El primer elemento de estos vectores representa el eje de abscisas, y el segundo el de ordenadas, de esta forma definimos cada uno de los vecinos según el lugar que ocupan en un eje de coordenadas. Es decir, el individuo decisor, está representado por el vector {0, 0}, un individuo situado a la derecha de éste por el {0, 1}, un individuo situado en la esquina superior derecha del vecindario por {1, 1}, un individuo situado en la esquina inferior izquierda del vecindario por {-1, -1}, etc.

6.1.4.- El Movimiento.

La definición del movimiento es muy simple. Primero creamos una lista $\{a1, a2, e1, e2\}$, donde,

$a1 \rightarrow$ es una lista de las posiciones de todos los individuos no contentos del tipo $\{1\}$,

$a2 \rightarrow$ es una lista de las posiciones de todos los individuos no contentos del tipo $\{2\}$,

$e1 \rightarrow$ es una lista de las posiciones de los sitios en blanco que son sustituibles por una persona del tipo $\{1\}$,

$e2 \rightarrow$ es una lista de las posiciones de los sitios en blanco que son sustituibles por una persona del tipo $\{2\}$.

La lista anidada la calculamos usando la siguiente orden,

$$\{a1, a2, e1, e2\} = \text{Map}[\text{Position}[\text{lat}, \#, \{2\}] \& \{\{1, 1\}, \{2, 2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}\}];$$

El número de individuos no contentos que pueden moverse, está restringido por el número de sitios vacíos que son alcanzables. Los que al principio no se mueven esperan al siguiente turno. Así hasta que no haya nadie que no pueda, o no quiera moverse.

Estas listas, no tienen un número de elementos definido, en cada período, pueden tener dimensión diferente. Para ello aleatorizamos, por decirlo de algún modo, el número de elementos por medio de las listas.

$$\text{randomize}[\{\}] := \{\};$$
$$\text{randomize}[\text{lis}_] := \text{Transpose}[\text{Sort}[\text{Map}[\{\text{Random}[], \#\} \& \text{lis}]]][[2]];$$

Después, creamos cuatro nuevas listas que toman el mismo nombre que las anteriores, pero en éstas, los individuos ya se han movido, relocalizado. Las listas

iniciales, son sustituidas por las nuevas, dando una nueva configuración a la sociedad. Esto lo definimos por medio de las siguientes órdenes:

```

randomize[{}] := {};
randomize[lis _] := Transpose[Sort[Map[{Random[], #} &, lis]]][[2]];
multiReplacePart[mat _, lis1 _, lis2 _] := Fold[ReplacePart[#1, Part[#1, Apply[Sequence, First[#2]]], Last[#2]] &, mat, Transpose[{lis1, lis2}]];
```

Por último, convertimos los sitios que inicialmente estaban ocupados, por los individuos no contentos que se han movido, en sitios en blanco dándoles el valor cero. Y, redefinimos los individuos, de tal forma que aquellos que ahora tienen dos atributos, pasen a tener uno solo. Es decir, que la matriz esté compuesta solamente por 0, {1} y {2}. Esto es necesario, tanto para la representación de los resultados, como para las siguientes iteraciones.

```

ReplacePart [#, 0, Join[a1, a2]] & [multiReplacePart [#, a2, e2]
& [multiReplacePart [lat, a1, e1]]] /. {{0, _} :> 0, {x_, _} :> {x}};
```

Todas estas reglas de movimiento, que acabamos de presentar, se encuadran dentro de la función *flyAway*[], que será aplicada a la matriz por medio de la función anónima:

```

flyAway[Moore[decideToFly, #]] &
```

6.1.5.- Desarrollando el Sistema.

El sistema se desarrolla en *t* períodos, empezando con la configuración inicial de la sociedad, *society*, utilizando la siguiente operación:

```

NestList[flyAway[Moore[decideToFly, #]] &, society, t]
```

Para que no cambie la situación inicial en cada iteración, mantenemos fija la semilla con la que se crea la sociedad en el momento 1, con lo que nos aseguramos que todas las iteraciones hasta t , se realizan sobre la misma matriz.

```
SeedRandom[9]
```

Por motivos de simplicidad, al programa se le ha pedido que muestre, la configuración inicial, y la final, representando a los individuos y a los espacios en blanco con diferentes colores.

```
Show[GraphicsArray[Map[Show[Graphics[RasterArray[# /.
    {0 -> RGBColor[0.5, 0.5, 0.5],
    {1} -> RGBColor[1, 0, 0],
    {2} -> RGBColor[0, 0, 1}]]],
    AspectRatio -> Automatic,
    DisplayFunction -> Identity] &, {First[results],
    Last[results]}]]];
```

Además, en el Apéndice, también se muestran las mismas configuraciones de forma matricial.

```
First[results] // MatrixForm
Last[results] // MatrixForm
```

6.1.6.- El Programa.

El programa construido se presenta de la siguiente manera:

```
flight[p_, g_, t_] := Module[{society, decideToFly, flyAway, Moore},
    society =
```

```

Table[Floor[p + Random[]], {13}, {16}] /.
  1 :> {1 + Floor[g + Random[]]};
decideToFly[{1}, res_] := {1, 1} /.
  Count[{res}, {1}] < Count[{res}, {2}];
decideToFly[{1}, res_] := {1, 1} /. Count[{res}, {1}] ≤ 0;
decideToFly[{2}, res_] := {2, 2} /.
  Count[{res}, {2}] < Count[{res}, {1}];
decideToFly[{2}, res_] := {2, 2} /. Count[{res}, {2}] ≤ 0;
decideToFly[0, res_] := {0, 1} /. Count[{res}, {1}] ≥ Count[{res}, {2}];
decideToFly[0, res_] := {0, 2} /. Count[{res}, {2}] ≥ Count[{res}, {1}];
decideToFly[x_, _] := x;
flyAway[lat_] :=
  Module[{a1, a2, e1, e2, randomize, multiReplacePart}, {a1, a2, e1, e2} =
    Map[Position[lat, #, {2}] &, {{1, 1}, {2, 2}, {0, 1}, {0, 2}}];
  randomize[{}] := {};
  randomize[lis_] := Transpose[Sort[Map[{Random[], #} &, lis]]][[2]];
  a1 = Take[randomize[a1], Min[Length[a1], Length[e1]]];
  a2 = Take[randomize[a2], Min[Length[a2], Length[e2]]];
  e1 = Take[e1, Length[a1]];
  e2 = Take[e2, Length[a2]];
  multiReplacePart[mat_, lis1_, lis2_] :=
    Fold[ReplacePart[#1, Part[#1, Apply[Sequence, First[#2]]],
      Last[#2]] &, mat, Transpose[{lis1, lis2}]];
  ReplacePart[#, 0, Join[a1, a2]] &[
    multiReplacePart[#, a2, e2] &[
      multiReplacePart[lat, a1, e1]]] /. {{0, _} :>
      0, {x_, _} :> {x}}];
Moore[func_, lat_] :=
  MapThread[func,
    Map[RotateRight[lat, #] &, {{0, 0}, {1, 0}, {0, -1}, {-1, 0}, {0,

```

```

1}, {1, -1}, {-1, -1}, {-1, 1}, {1, 1}}, 2];
NestList[flyAway[Moore[decideToFly, #]] &, society, t]]
SeedRandom[9]
results = flight[0.70, 0.5, 2]; Show[
GraphicsArray[
Map[Show[Graphics[RasterArray[# /. {0 -> RGBColor[0.5, 0.5, 0.5],
{1} -> RGBColor[1, 0, 0],
{2} -> RGBColor[0, 0, 1]}]],
AspectRatio -> Automatic,
DisplayFunction -> Identity] &, {First[results], Last[results]}]]];
First[results] // MatrixForm
Last[results] // MatrixForm

```

Mostramos los resultados, tanto gráfica, como matricialmente.

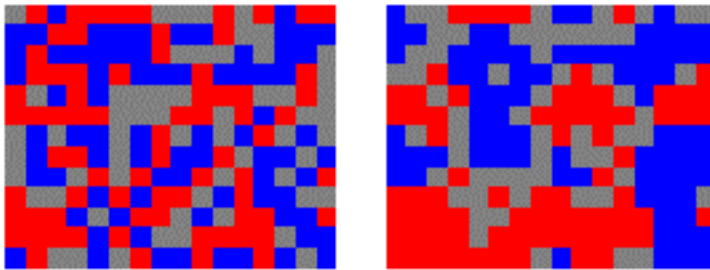


Figura 13⁸

⁸ ■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

$$\begin{pmatrix} \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 \\ 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} \\ 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} \\ 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 \\ \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 \\ \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 \\ \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} \\ \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6.2.- ALGUNOS RESULTADOS.

En esta sección, mostramos algunas de las figuras y matrices obtenidas. No vamos a mostrar todos los resultados obtenidos para no hacer demasiado extenso el apartado. Cuando decimos “demasiado extenso”, nos referimos a unas ciento cincuenta páginas llenas de figuras y matrices.

6.2.1.- La Mitad Como Yo.

Las figuras 14 y 15, han sido representadas, igual que la figura 3. Los individuos quieren que, al menos, la mitad de sus vecinos sean como ellos. La situación inicial, la distribución aleatoria, de cada una de ellas, es distinta a la de la figura 3.

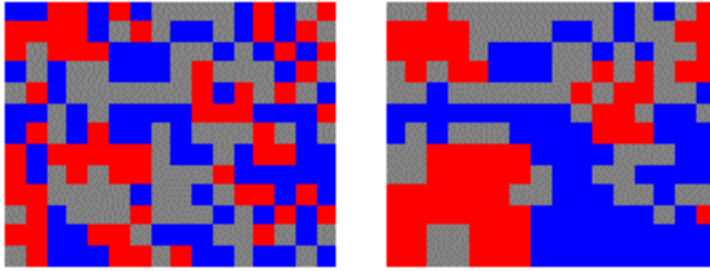


Figura 14⁹

Las siguientes dos matrices corresponden a cada uno de los cuadros de la figura 14, siendo la primera matriz la correspondiente al primer cuadro, y la segunda al segundo cuadro.

$$\begin{pmatrix} 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 \\ 0 & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} \\ \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} \\ 0 & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 \\ \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} \end{pmatrix}$$

⁹ ■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

$$\begin{pmatrix}
 \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\
 \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\
 \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\
 \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\
 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\
 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\
 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 \\
 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\
 \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 \\
 \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

6.2.2.- Intensidad de Demanda.

Igual que en el apartado 3.3., en esta sección variamos la demanda de vecinos para cada tipo de individuos.

Las figuras 16 y 17, nos muestran dos ejemplos cuando los individuos desean que, al menos un quinto de sus vecinos sean como ellos.

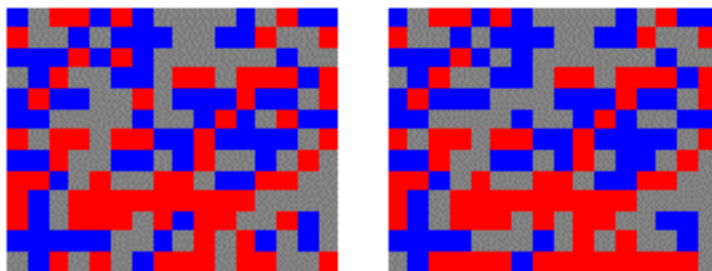


Figura16

0	0	{2}	{2}	0	{1}	{2}	{1}	{2}	{2}	{2}	0	{2}	0	{2}	{1}
{2}	0	0	{1}	0	0	0	0	0	0	0	{1}	{2}	{2}	{2}	0
0	{1}	{1}	0	{2}	{2}	0	{1}	0	{2}	0	{2}	{2}	{2}	0	{2}
{1}	0	{2}	{1}	{1}	{1}	0	{1}	{1}	{2}	{2}	0	0	{1}	0	{2}
0	0	{1}	0	{1}	{1}	{2}	{1}	{1}	{2}	{2}	0	0	{1}	{1}	{2}
{2}	0	{2}	{1}	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	{2}	{2}	0	{2}	{2}
{2}	{2}	{1}	{2}	{2}	{2}	{1}	{2}	0	{2}	{1}	{1}	{1}	{1}	0	{2}
{1}	{1}	{1}	0	{2}	{2}	0	{1}	{1}	{1}	{2}	0	0	0	{2}	0
{1}	{2}	0	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	0	{2}	{1}	0	0	0
0	0	{2}	0	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	0	{2}
0	{2}	{1}	{1}	0	{1}	{1}	{1}	0	0	0	{2}	0	0	0	{2}
0	{2}	0	{2}	0	0	0	0	0	{1}	0	0	{1}	{1}	{2}	{1}
{1}	{2}	{2}	{1}	{2}	{1}	{1}	{1}	0	0	{1}	{2}	0	{1}	{1}	{2}

{1}	{2}	{2}	{2}	{1}	{1}	{1}	{1}	{2}	{2}	{2}	0	{2}	{1}	{2}	{1}
{2}	{1}	0	{1}	0	0	0	0	0	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}
0	{1}	{1}	0	0	0	0	{1}	0	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}
{1}	0	0	{1}	{1}	{1}	0	{1}	{1}	{2}	{2}	0	0	{1}	0	{2}
0	0	{1}	0	{1}	{1}	0	{1}	{1}	{2}	{2}	0	0	{1}	{1}	{2}
{2}	0	{2}	{1}	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	{2}	0	0	{2}	{2}
{2}	{2}	{1}	{2}	{2}	{2}	0	{2}	0	{2}	{1}	{1}	{1}	{1}	0	{2}
{1}	{1}	{1}	0	{2}	{2}	0	{1}	{1}	{1}	{2}	0	0	0	{2}	0
{1}	0	0	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	0	{2}	0	0	0	0
0	0	{2}	0	{1}	0	0	{2}	0	{2}	{2}	{2}	{2}	{2}	0	{2}
0	{2}	0	{1}	0	{1}	{1}	{1}	0	0	0	{2}	0	0	0	{2}
0	{2}	0	{2}	0	0	0	0	0	{1}	0	0	{1}	{1}	{2}	{1}
{1}	{2}	{2}	0	{2}	{1}	{1}	{1}	0	0	{1}	{2}	0	{1}	{1}	{2}

6.2.3.- Demandas Desiguales.

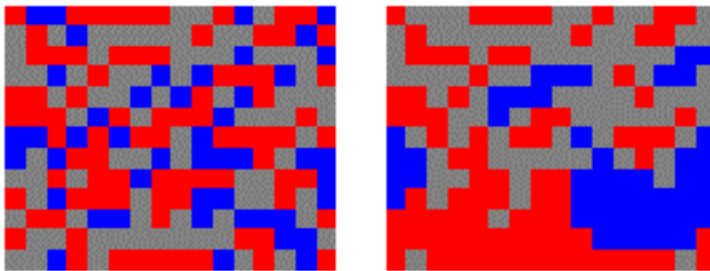
Igual que en el apartado 3.4. variamos la demanda de vecindario entre los individuos de un tipo y del otro.

La figura 19, igual que la figura 7, presenta el caso en el que los individuos de tipo dos, demandan un vecindario compuesto de, al menos un cuarto de vecinos como ellos, mientras que los de tipo uno, quieren un vecindario en el que la mitad de sus vecinos sean de su propio color.

6.2.4.- Números Distintos, Demandas Iguales.

La figura 20, se ha realizado cuando la minoría representa un tercio de la población, frente a los dos tercios de la mayoría. Y la figura 21, cuando la minoría representa un cuarto de la población. Es decir, como las figuras 9 y 10 respectivamente.

Figura 20¹⁴



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 \\ 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} \\ \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} \\ 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 \\ \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} \\ 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} \\ 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} \\ \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} \end{pmatrix}$$

¹⁴ ■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

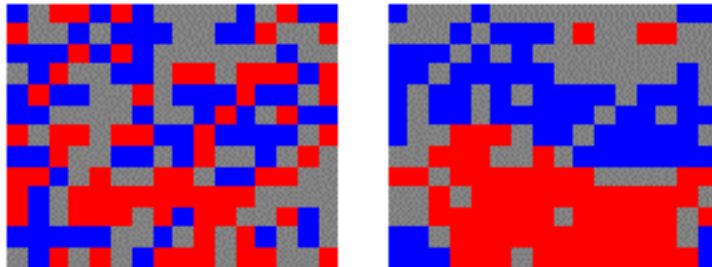
$$\begin{pmatrix} \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 \\ \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} \\ 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} \\ \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 \end{pmatrix}$$

6.2.5.- Tamaño del Vecindario.

Los últimos resultados que vamos a presentar, son los correspondientes al caso en el que varía el tamaño del vecindario.

La figura 22, representa la situación cuando el vecindario constituye una matriz de 5x5, y la figura 23, muestra el caso en el que el vecindario es una matriz de 7x7.

Figura 22¹⁶



¹⁶ ■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

$$\begin{pmatrix} 0 & (2) & (1) & 0 & (1) & 0 & (2) & (1) & (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & 0 & 0 & (1) \\ (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 & 0 & (2) & 0 & (1) & 0 & (1) & (2) & 0 & (2) & 0 \\ (1) & (2) & 0 & (1) & (1) & (1) & 0 & (1) & (2) & (1) & (1) & 0 & 0 & (1) & (2) & 0 \\ (1) & (2) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1) & (1) & (2) & 0 & (1) & 0 & 0 & (1) & (1) & 0 & (2) & (2) & (1) & (1) & 0 & 0 \\ (2) & (2) & (1) & 0 & 0 & (2) & (2) & 0 & (2) & (1) & 0 & 0 & (2) & 0 & (1) & 0 \\ (1) & 0 & (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & (2) & (2) & (1) & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 & (1) \\ (2) & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & (2) & 0 & 0 & (2) & (1) & (2) & 0 & (1) & (2) & (2) \\ (2) & (1) & (2) & (2) & 0 & 0 & (1) & 0 & (2) & (2) & (2) & (1) & (2) & (2) & 0 & (1) \\ 0 & (2) & (1) & 0 & 0 & (2) & (2) & 0 & (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & (1) & (2) & (1) \\ (2) & (2) & (2) & (1) & (2) & (1) & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2) & 0 & 0 \\ (1) & 0 & 0 & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & 0 & 0 & (2) & (2) & (1) & 0 & 0 & (1) \\ (2) & 0 & (1) & (1) & (2) & (1) & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & (2) & 0 & (1) & (2) & (2) \end{pmatrix}$$

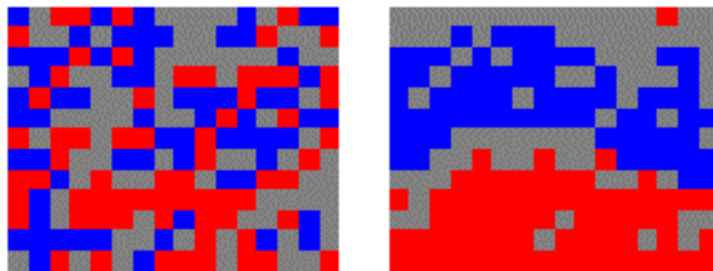
$$\begin{pmatrix} (2) & (2) & (2) & (1) & (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (2) \\ (2) & (2) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 & (2) \\ 0 & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 & (1) \\ 0 & 0 & (1) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 \\ (1) & (1) & 0 & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (1) & 0 & 0 & 0 & 0 & (1) & (1) \\ 0 & 0 & (1) & (1) & (1) & 0 & 0 & (1) & 0 & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) \\ (2) & 0 & 0 & (1) & (1) & (1) & 0 & (2) & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 \\ (2) & 0 & (2) & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 & (2) & (2) & 0 & (2) & (2) \\ (2) & 0 & (2) & (2) & 0 & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 \\ (2) & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & (2) & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2) & 0 \\ (2) & (2) & (2) & 0 & (2) & 0 & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (2) & 0 & (2) & (2) & (2) & 0 & (1) & 0 & 0 & (1) & (1) & 0 & 0 \\ (2) & 0 & 0 & 0 & (2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2) & (2) \end{pmatrix}$$


Figura 23¹⁷

¹⁷ ■ = Rojo ■ = Gris ■ = Azul

$$\begin{pmatrix} 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 \\ \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & 0 \\ \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \{1\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 \\ \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & 0 \\ \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} \\ \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} \\ 0 & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 \\ \{1\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} \\ \{2\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{2\} & \{1\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & 0 & \{1\} \\ 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 \\ \{1\} & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ 0 & 0 & 0 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 & \{1\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} \\ \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 \\ \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & \{2\} & \{2\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{2\} & 0 & \{2\} & \{2\} & \{2\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{1\} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6.2.6.- Comentario.

Los ejemplos de este apéndice, corresponden con los mismos ejemplos que se han tratado a lo largo del trabajo, la única diferencia es la situación inicial de los individuos. Aunque hemos realizado muchas otras simulaciones que podemos introducir en cualquiera de los epígrafes, tanto del trabajo como del apéndice, hemos optado por mostrar solamente algunas de ellas, reduciendo, de esta manera, considerablemente la extensión de este trabajo.

7.- BIBLIOGRAFÍA.

- Albin, P. S., (1998): *Barriers and Bounds to Rationality: Essays on Economic Complexity in Interactive Systems*, Princeton: Princeton University Press.
- Arthur, B. W., (1994): *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*, Michigan: The University of Michigan Press.
- Arthur, B. W., (1994): “Complexity in Economic Theory: Inductive Reasoning and Bounded Rationality”, *AEA Papers and Proceedings*, Vol.84 N°2, pp. 406-411.
- Baccini, A., Giannetti, R., (1997): *Cliometría*, Barcelona: Crítica.
- Binmore, K., (1994): *Teoría de Juegos*, Madrid: McGraw-Hill.
- Eshel, I., Samuelson, L., Shaked, A., (1998): “Altruists, Egoists, and Hooligans in a Local Interaction Model”, *American Economic Review* Vol.88 N°1, pp. 157-179.
- Gaylord, R. J., D’Andria, L. J., (1998): *Simulating Society: A Mathematica Toolkit for Modeling Socioeconomic Behavior*, New York: Springer-Verlag New York, Inc.
- Luenberger, D. G. (1979): *Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models, and Applications*, New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Schelling, T. C., (1971): “Dynamic Models of Segregation”, *Journal of Mathematical Sociology* Vol.1, pp 143-186.
- Schelling, T. C., (1978): *Micromotives and Macrobehavior*, New York: W.W. Norton & Company, Inc.

- Wolfram, S., (1991): *Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer*, California: Addison-Wesley Publishing Co.
- Young, P. H., (1998): *Individual Strategy and Social Structure: an Evolutionary Theory of Institutions*, Princeton: Princeton University Press.