UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

OLIMPIADA DE FÍSICA

FASE LOCAL

13 de Marzo de 2015

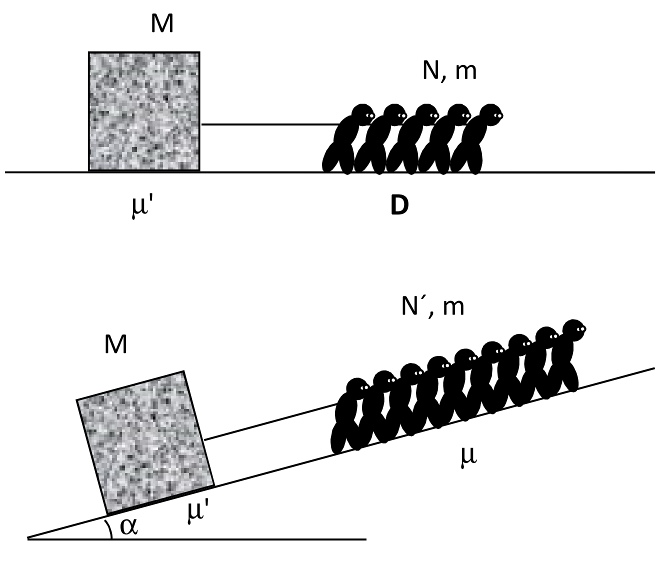
1

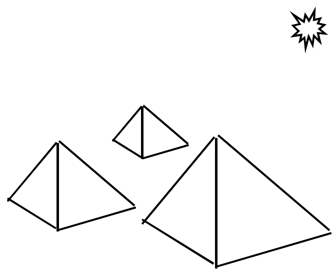
Para construir las pirámides los egipcios debían mover gran número de enormes bloques de piedra desde las canteras. La Gran Pirámide de Guiza, por ejemplo, contiene unos 2.3 millones de bloques de piedra caliza con una masa promedio de unas 2.5 toneladas cada uno.

Para moverlos simplemente se utilizaban grupos de trabajadores, tirando de los bloques mediante cuerdas. Sabemos que cada trabajador hace una fuerza de arrastre que es igual a la fuerza de rozamiento máxima que tiene con el suelo, con el que presenta un coeficiente de rozamiento μ. Está documentado que para facilitar el transporte los egipcios lubricaban el trayecto de la piedra para disminuir la fricción, determinada por un coeficiente de fricción μ' ($\mu'<\mu$, posiblemente usasen agua, que endurece la arena bajo la piedra, disminuyendo así fricción)

Si para mover horizontalmente una piedra de masa M hacen falta N egipcios, cuya masa promedio es m, ¿Cuántos egipcios N' harán falta para subir la piedra por una pendiente de ángulo α? Obtener una expresión general en función de μ, μ', N y α y luego particularizarla para el caso $\mu=0.4$, $\mu'=0.2$, N=18 y $\alpha=10^{o}$.

Fijarse que en esta situación, la fricción debida a los trabajadores es la fuerza que arrastra la piedra, es decir, es en la dirección del movimiento. Los trabajadores tienen también que vencer su propia tendencia a deslizarse pendiente abajo. Se supone que la piedra se arrastra siempre a velocidad constante.)





Solución.

En el arrastre horizontal:

$Nmg\mu - Mg\mu' = 0$ luego $N = \dfrac{M}{m}\dfrac{\mu'}{\mu}$

En el arrastre por la pendiente

$N'mg\mu\cos\alpha - Mg\mu'\cos\alpha - \left(N'm + M)g\,\mathrm{sen}\alpha\right) = 0$ luego $N' = \dfrac{M}{m}\dfrac{\mu'\cos\alpha + \mathrm{sen}\alpha}{\mu\cos\alpha - \mathrm{sen}\alpha}$

Por tanto, haciendo N'/N queda finalmente:

$N' = N\dfrac{\mu}{\mu'}\dfrac{\mu'\cos\alpha + \mathrm{sen}\alpha}{\mu\cos\alpha - \mathrm{sen}\alpha}$

Con los datos numéricos da N'/N=3.36 y por tanto N'=60.5 ≈ 61 egipcios.

2

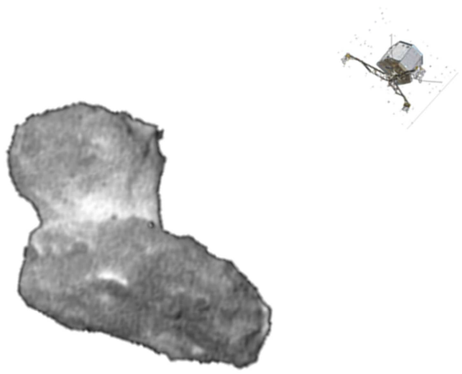
El 12 de noviembre de 2014 el módulo *Philae*, que hasta entonces había permanecido alojado en la sonda *Rosetta*, y tras un viaje de más de 10 años por el Sistema Solar, tomó tierra en la superficie del cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko. Debido a un mal funcionamiento del sistema de anclaje de la sonda, en lugar de fijarse a la superficie tras el impacto, sufrió un primer rebote que alejó la nave una gran distancia del cometa antes de volver a caer sobre él. Tras el segundo impacto *Philae* sufrió un nuevo rebote, esta vez de menor altura, hasta posarse definitivamente sobre la superficie del cometa.

Sabemos que 67P/Churyumov-Gerasimenko tiene un volumen de 21.4 km^3 y, aunque su forma es irregular (se le suele comparar con un patito de goma) aquí lo consideraremos esférico para simplificar los cálculos.

En el primer rebote Philae salió despedido verticalmente a unos 0.5 m/s, alcanzando una altura de aproximadamente 1 km sobre la superficie del cometa (y tardó muchísimo rato en volver a caer). Sabiendo esto tienes que calcular la masa del cometa, su densidad y el valor de la gravedad en su superficie. Tener en cuenta que a semejante altura, comparable con las dimensiones del cometa, no podemos considerar la gravedad constante.

El segundo rebote fue mucho más corto y solamente duró 350 s. También alcanzó una altura mucho menor, por lo que para este caso podríamos suponer que el valor de la gravedad es constante durante el movimiento de la sonda, e igual a la gravedad en superficie. ¿Puedes calcular cuál fue la altura que alcanzó en el segundo rebote? ¿Y la velocidad con la que salió despedido del suelo?

Constante de gravitación universal $G=6.67\ 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$



Solución:

Si suponemos que el cometa es esférico, del volumen (21.4 km^3) $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ obtenemos inmediatamente el radio R=1.722 km=1722 m.

La conservación de la energía mecánica E en el movimiento:

$$0=\Delta E=\Delta K+\Delta U=(K_2-K_1)+(U_2-U_1)$$

Siendo K la energía cinética y U la energía potencial gravitatoria y los puntos 1 y 2 la superficie y el punto más alto de la trayectoria, donde se detiene antes de volver a caer. Por tanto:

$$0=\left(0-\frac{1}{2}mv_1^2\right)-GMm\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$$

Con m y M las masas de *Philae* y del cometa, v_1 la velocidad en superficie, R_2 el punto más alto de la trayectoria y R_1=R el radio del cometa (superficie). Despejando M se tiene

$$M=\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{G}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)^{-1}=\frac{1}{2}\frac{0.5^2}{6.67\cdot 10^{-11}}\left(\frac{1}{1722}-\frac{1}{2722}\right)^{-1}\approx 8.8\,10^{12}\ kg$$

Y la densidad

$$\rho=\frac{8.8\,10^{12}\ kg}{21.4\cdot 10^9\ m^3}=411\,kg\,/\,m^3$$

Para calcular g

$$g=G\frac{M}{R^2}=6.67\,10^{-11}\,\frac{8.8\,10^{12}}{1722^2}=1.98\,10^{-4}\ ms^{-2}\approx 2\,10^{-4}\ ms^{-2}$$

Para el segundo rebote podemos considerar un movimiento con aceleración constante. Siendo h la altura, t el tiempo en llegar, v la velocidad al salir de la superficie y 0 la velocidad en el punto más alto.

$$h=vt-\frac{1}{2}gt^2\ ,\ 0=v-gt$$

Por tanto

$$h=\frac{1}{2}gt^2\ \text{ y }\ v=gt$$

Luego h=3 m y v=0.035 m/s

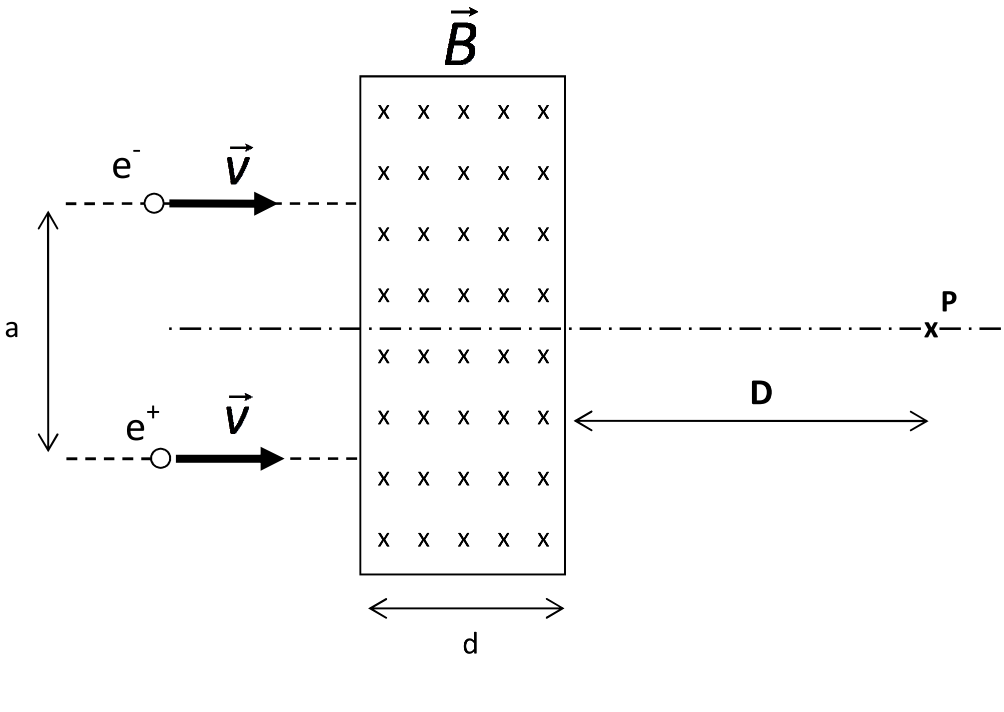
3

Cada partícula elemental tiene su correspondiente antipartícula. El positrón $\mathbf{e^+}$ es la antipartícula del electrón $\mathbf{e^-}$. El positrón tiene exactamente la misma masa que el electrón pero su carga, que en valor absoluto es también igual a la del electrón, tiene signo opuesto (esto es siempre así entre antipartículas). Cuando una partícula y su antipartícula colisionan, se aniquilan liberando gran cantidad de energía.

Se quiere producir la aniquilación controlada de electrones y positrones. Para ello se utiliza un sistema como el que se muestra en la figura. Electrones y positrones se lanzan con idéntica velocidad $v=10^5$ m/s en dos haces paralelos, separados una distancia a=2 cm. Ambos haces entran en una región de anchura d=1 cm donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$ de magnitud 200 nT con la orientación que se indica. Este campo desviará las partículas dirigiéndolas hacia el punto P de colisión.

Se desea saber la distancia D entre el punto P y el final de la región donde actúa el campo magnético.

(masa del electrón = masa del positrón = $9.1\ 10^{-31}$ kg, carga del electrón = $-1.6\ 10^{-19}$ C, carga del positrón = $1.6\ 10^{-19}$ C)



Solución:

En el campo magnético las partículas están sometidas a la fuerza de Lorentz, de módulo qvB, que les obliga a una trayectoria circular (incompleta) cuya aceleración centrípeta es qvB/m y por tanto con un radio

$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{5}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 \cdot 10^{-9}} = 2.844 \text{ m}$, que es igual para electrones y positrones.

Respecto de la dirección original, a la salida del campo magnético la desviación a es tal que

$\text{sen}\alpha = d / R$

luego $\alpha = \text{arcsen}(d/R) = \text{arcsen}(0.01/2.844) = \text{arcsen}(3.516 \cdot 10^{-3}) = 3.516 \cdot 10^{-3} \text{rad} = 0.2019^{\circ}$.

Con un ángulo tan pequeño $\text{sen}\alpha \approx \text{tg}\alpha \approx \alpha = 3.516 \cdot 10^{-3}$ y $\cos\alpha \approx 1$

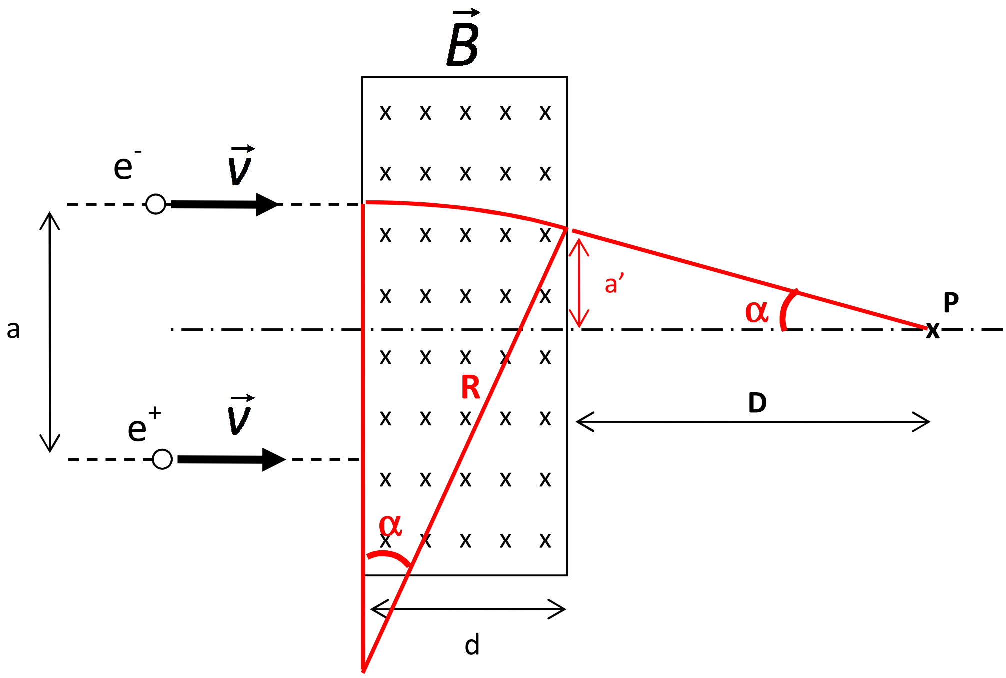
Y el punto de salida se ha desplazado hacia el eje una cantidad $R(1-\cos\alpha) \approx 0$ que podemos despreciar

La distancia D, de acuerdo con el dibujo, es

$$D = \frac{a'}{\text{tg}\alpha} = \frac{a/2 - R(1-\cos\alpha)}{\text{tg}\alpha} \approx \frac{a/2}{\alpha} = \frac{0.01}{3.516 \cdot 10^{-3}} = 2.844 \text{ m}$$

O bien

$$D = \frac{a'}{\text{tg}\alpha} = \frac{a/2 - R(1-\cos\alpha)}{\text{tg}\alpha} \approx \frac{a/2}{\text{sen}\alpha} = \frac{a/2}{d/R} = \frac{aR}{2d} = \frac{0.02R}{2 \cdot 0.01} = R = 2.844 \text{ m}$$



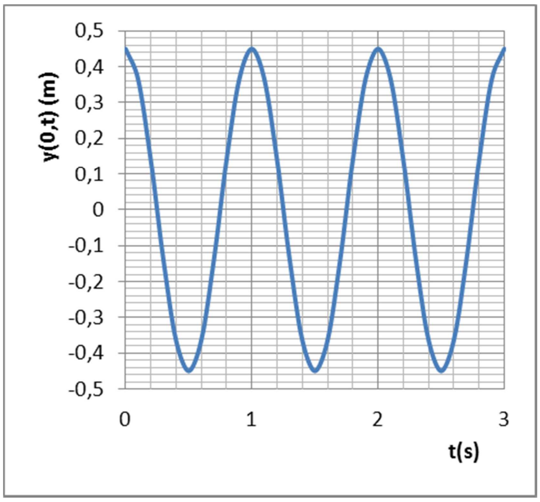
4

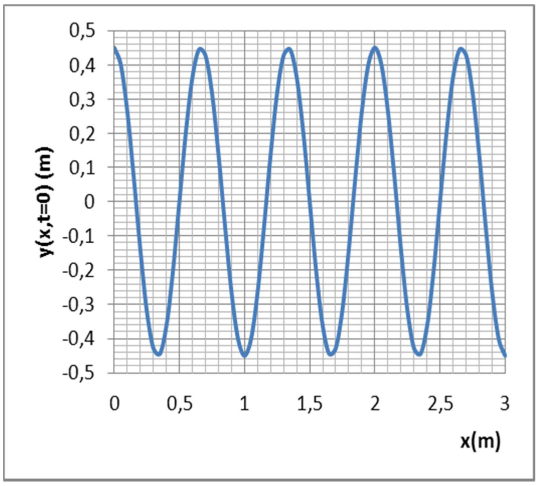
En la gráfica de la izquierda se representa, para una onda armónica que se propaga en el eje X, la elongación en función del tiempo en el punto que ocupa la posición x = 0. En la gráfica de la derecha se representa la elongación de los puntos de la onda en el instante t = 0. Obtener:

a) La velocidad de propagación de la onda
b) La función de onda
c) La velocidad máxima de un punto del eje

Supongamos que dicha onda coincide en el espacio con otra onda, $y_1(x,t)$, de la misma amplitud, periodo y longitud de onda, que se propaga en la misma dirección pero desfasada en $\pi/4$ radianes

d) Determinar la amplitud de la onda resultante.





Solución:

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_o)$$

A = 0,45 m

T = 1s ω =2π rad/s,

1 = 3λ/2 λ = 2/3 = 0,67 m k = 3π (m^{-1})

t=0, x = 0, y = 0,45 $\Rightarrow sen(\omega t - kx + \varphi_o) = 1 \Rightarrow sen(\varphi_o) = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}$

a) v = λ/T = 0,67 m/s

b) $y(x,t) = 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{2}\right)(m)$

c) $v(x,t) = 0{,}45 \cdot 2\pi cos\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{2}\right)(\frac{m}{s})$

V_{max} = 045·2π = 2,83 m/s

d) $y(x,t) = 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{2}\right)(m)$

$y_1(x,t) = 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{3\pi}{4}\right)(m)$

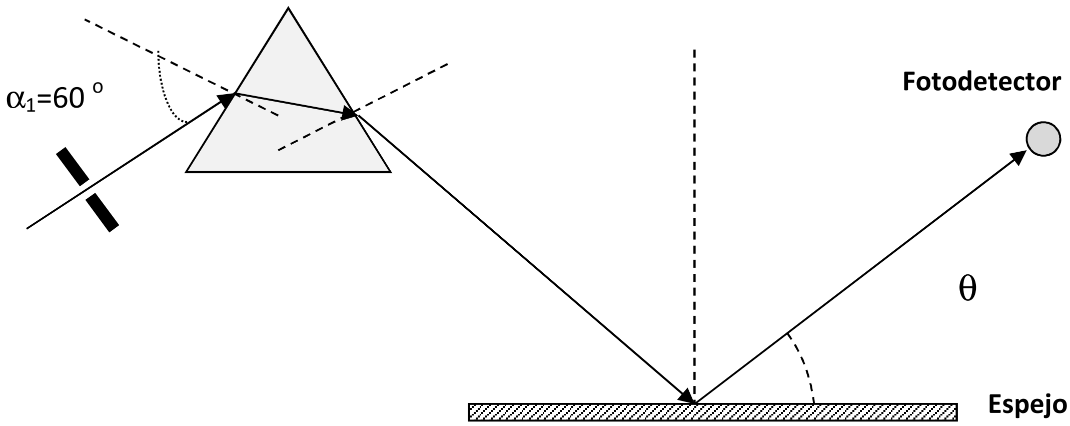
$$y_2(x,t) = y(x,t) + y_1(x,t) = 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{3\pi}{4}\right) =$$

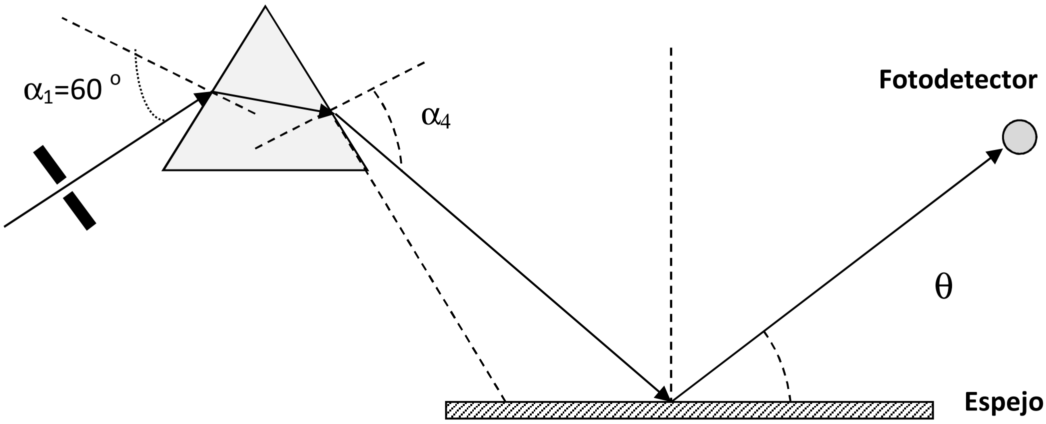
$$= 2 \cdot 0{,}45sen\left(2\pi t - 3\pi x + \frac{5\pi}{8}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)(m)$$

Amplitud de la onda resultante = $2 \cdot 0{,}45 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 0{,}83\ m$

5

Un dispositivo de seguridad tiene un fotodetector que se activa si una luz roja incide sobre él. Si se abre un orificio en una pared, un haz de luz procedente de un láser rojo (633 nm) lo atraviesa e incide en un prisma equilátero que tiene un índice de refracción de 1.7 para esa longitud de onda, formando un ángulo de 60^{o} respecto a la normal a esa cara. Después de atravesar el prisma la luz se refleja en un espejo y da en el detector ¿Con que ángulo θ respecto a la superficie del espejo debe estar colocado el detector para que se active el sistema de seguridad?





Solución:

Refracción en la primera superficie

$1 \text{ sen}60 = 1.7 \text{ sen } \alpha_2 \quad \alpha_2=30.63^o$

Cálculo de ángulos para la refracción en la segunda cara

$\alpha_3=60- \alpha_2 \quad \alpha_3=29.37^o$

Refracción en la segunda superficie

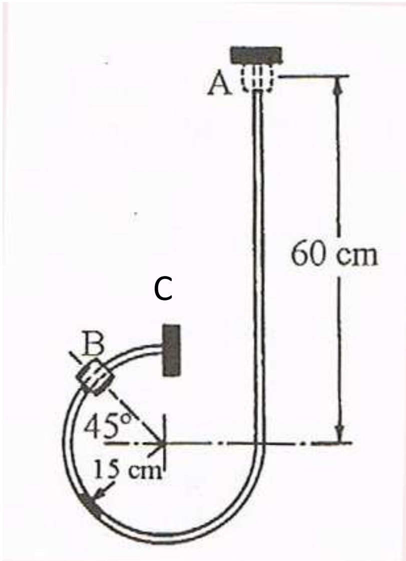
$1.7 \text{ sen}29.37 = 1 \text{ sen } \alpha_4 \qquad \alpha_4=56.5^o$

Cálculo de ángulos de salida respecto al eje horizontal

$90–\alpha_4=33.5^o \quad \theta= 60–33.5=26.5^o$

6

Desde el punto A se suelta, partiendo del reposo, un aro de 200 g que desliza sin rozamiento por un alambre A-C. Hallar el valor de la fuerza que recibe el aro de alambre cuando está en el punto B.



Solución:

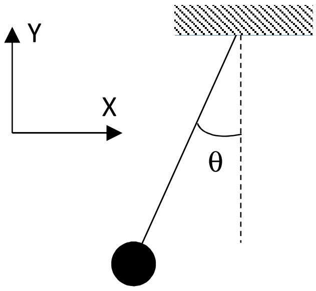
$E_A = E_B \Longrightarrow \mathrm{m\,g\,h_A = m\,g\,h_B} + \frac{1}{2}\,\mathrm{mv_B^2} \Longrightarrow \mathrm{v_B^2} = 9.7\ \mathrm{m^2\,s^{-2}}$

$m\ g\ cos\,45 + \mathrm{N} = \mathrm{m}\frac{\mathrm{v_B^2}}{\mathrm{R}} \Longrightarrow N = 11.51\ N$

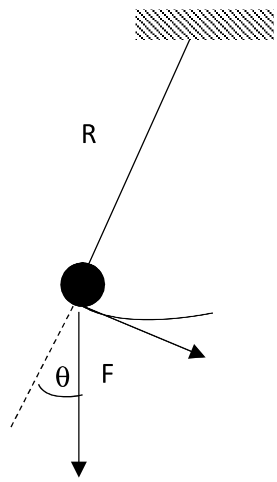
7

Queremos construir un péndulo de periodo variable sin modificar la longitud de la cuerda (25 cm). Para ello utilizamos el hecho de que la lenteja del péndulo, de 0.2 Kg , tiene una carga de 2 10^{-6} C. Aplicamos un campo eléctrico vertical (eje Y) de valor constante que podemos modificar a nuestra voluntad. Hallar el valor del campo aplicado si queremos que el periodo del péndulo sea: a) 1.15 s y b) 0.9 s

Utilizar la aproximación de pequeñas oscilaciones, sin $\theta = \theta$



Solución:



F sin θ = m a_{tg} $\Longrightarrow$ F θ = m a_{tg} $\Longrightarrow$ $-F\,\frac{s}{R}$ = m a_{tg}

$\Longrightarrow$ $-F\,\frac{s}{m\,R}$ = a_{tg}

Del tipo a = $-\,\omega^2$ s $\Longrightarrow$ MAS siendo $\omega^2 = \frac{F}{m\,R} \Longrightarrow$

$\Longrightarrow \omega^2 = \frac{mg-qE}{m\,R} \Longrightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mg-qE}{m\,R} \Longrightarrow T^2 = \frac{mR4\pi^2}{mg-qE}$

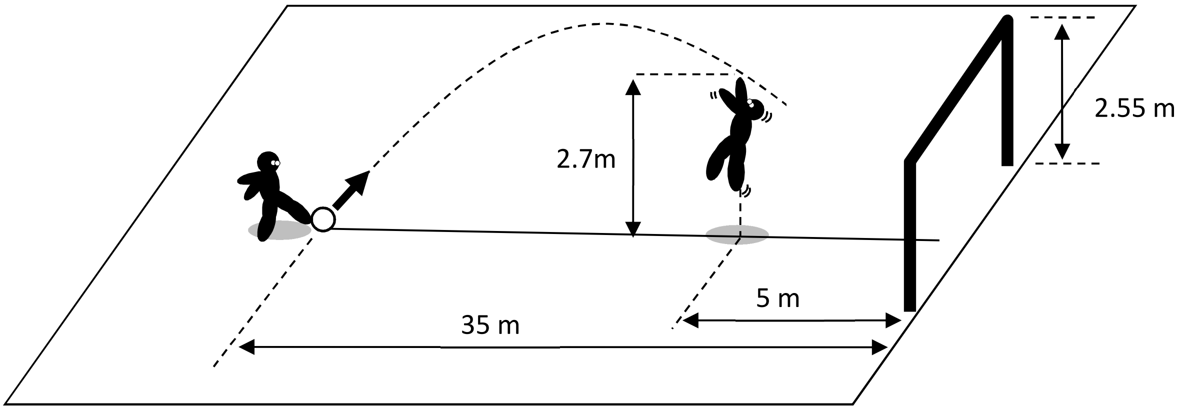
$\Longrightarrow \mathrm{qE} = \mathrm{mg} - \frac{mR\,4\pi^2}{T^2}$

Si T = 1.15 s qE = 0.47 $\Longrightarrow$ $\vec{E}$ = 2.34 $10^5\,\hat{\jmath}$ N/C

Si T = 0.9 s qE = -0.47 $\Longrightarrow$ $\vec{E}$ = -2.34 $10^5\,\hat{\jmath}$ N/C

8

Un jugador de futbol intenta marcar un gol desde 35 m de la portería al observar que el portero está adelantado. Lanza el balón con un ángulo de 30^o desde el suelo de manera que pasa justo por encima del portero. Este está situado a 5 m de la portería y en su salto por despejar el balón llega a una altura de 2.7 m ¿Será gol el lanzamiento?



Solución:

Se cumple que cuando x=30 m, y = 2.7 m. Entonces:

$2.7 = v_{oy}\, t - 4.9\, t^2$

$30 = v_{ox}\, t$

De estas dos expresiones tenemos que v_o= 20 m/s. Con esta velocidad inicial y 30^o de lanzamiento, el alcance máximo es de 35.3 m. Así que sí es gol.