UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

OLIMPIADA DE FÍSICA

FASE LOCAL

14 de Marzo de 2013

Apellidos, Nombre:..

Centro de Estudio:...

En la prueba de selección se plantean 9 problemas de los que cada participante deberá realizar 8 de ellos.

Indicar rodeando con un círculo el problema desechado
1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 - 9

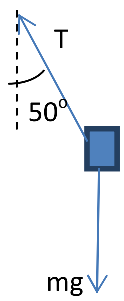
1. Del espejo retrovisor de un coche cuelga un frasquito con líquido ambientador mediante un cordel. Si lo observamos mientras el coche se desplaza vemos que cuando el coche acelera el ambientador, como un péndulo, se desplaza de la vertical y alcanza una situación “de equilibrio“, que se mantiene mientras se mantiene la aceleración. Supongamos que el coche se mueve en una de las pocas rotondas que hay en Pamplona. Vamos a averiguar el radio de la curva observando lo que ocurre dentro del coche y suponiendo que el coche se mueve en un plano horizontal. Para ello nos fijamos que el velocímetro del coche marca un valor constante de 30 Km/h y que el ambientador se ha inclinado 50° respecto a la vertical. Dibujar las fuerzas que recibe el frasquito y obtener el radio de la curva.

Sol:

$$T\cos 50 = mg$$

$$T\sin 50 = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{v^2}{g\;tg\;50} = 5{,}94 \text{ m}$$



2. Un cuerpo de masa M está unido a un muelle de constante elástica K y todo el sistema descansa sobre una superficie horizontal. Entre el cuerpo de masa M y la superficie horizontal existe rozamiento, siendo el coeficiente de rozamiento tanto cinético como estático μ. Para la posición de la masa M tomaremos como referencia el punto en el cual el muelle se encuentra en su longitud natural, es decir cuando no ejerce ninguna fuerza sobre la masa (**punto A**). La posición inicial, punto "0", corresponde a una compresión del muelle $x=x_0$. A partir de esta situación se libera el sistema, que comenzará a moverse hasta alcanzar de nuevo el reposo en el punto "1" que se encuentra a una distancia x_1 de A, tal y como se muestra en la figura.

Para este problema será útil considerar x_0, x_1, etc como distancias (positivas) y no como una coordenada (que sería positiva a la derecha de A y negativa a su izquierda)

a. Calcule el valor de x_1.

A partir de la posición "1" la masa M comenzará a moverse, alcanzando una nueva posición de reposo "2" a la izquierda de A. Seguidamente volverá a desplazarse alcanzando la posición "3"· a la derecha A, y así sucesivamente. Este proceso se repetirá hasta que la M quede definitivamente en reposo. Cada vez que M se detiene, se encuentra a una distancia x_1, x_2, x_3 … etc de A que es cada vez más pequeña.

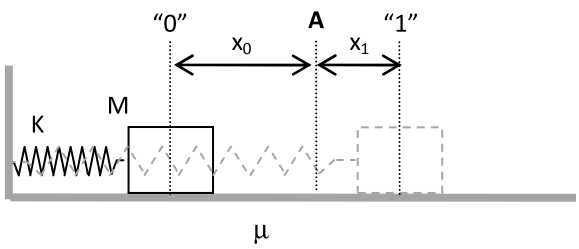
b. Demuestre que entre dos paradas consecutivas x_{n-1} y x_n siempre se cumplirá

$$x_n = x_{n-1} - \frac{2\mu Mg}{K}$$

c. Utilizando la expresión anterior, demuestre que la posición x_n puede ponerse en función de la inicial x_0 como:

$$x_n = x_0 - \left(\frac{2\mu Mg}{K}\right)n$$

d. Finalmente, suponga que $x_o = Mg/K, \mu = 0{,}01$ y calcule el número de paradas intermedias (n) que la masa dará hasta detenerse por completo.



Sol:

Desde x_0 a x_1 parte de la energía se perderá debido al rozamiento. Para la variación de energía solamente consideraremos la energía elástica en el muelle $(kx^2/2)$, ya que el cuerpo está parado en ambos puntos. Para el trabajo de rozamiento tendremos en cuenta que la fuerza de rozamiento en este caso es $F_R = \mu M g$. Igualando la energía perdida al trabajo de rozamiento tenemos:

$$\frac{1}{2}K\left(x_1^2 - x_0^2\right) = -\mu Mg\left(x_1 + x_0\right)$$

Que se simplifica dando:

$$x_1 - x_0 = -2\frac{\mu Mg}{K}$$

Si replanteamos esta situación iremos obteniendo ecuaciones análogas para el movimiento de "1" a "2", "2" a "3", ..., "n-1" a "n":

$$\begin{gathered} x_1 - x_0 = -2\frac{\mu Mg}{K} \\ x_2 - x_1 = -2\frac{\mu Mg}{K} \\ \vdots \\ x_n - x_{n-1} = -2\frac{\mu Mg}{K} \end{gathered}$$

Es decir, cada vez que se para, el cuerpo de masa M se acerca un poco más al punto donde el muelle está en equilibrio. La distancia reducida es siempre igual. Si las sumamos las "n" ecuaciones anteriores obtenemos:

$$x_n - x_0 = -2\frac{\mu Mg}{K}\cdot n$$

Ahora, si $x_0 = Mg / K$ entonces

$$x_n = \frac{Mg}{K}\left(1 - 2\mu\cdot n\right)$$

En ese momento la fuerza que hace el muelle será:

$$F = Kx_n = Mg\left(1 - 2\mu\cdot n\right)$$

Si esta fuerza es menor que la fuerza de rozamiento máxima entonces el bloque ya no se moverá. Por tanto la condición es:

$$\begin{gathered} Mg\left(1 - 2\mu\cdot n\right) \le \mu Mg \\ \left(1 - 2\mu\cdot n\right) \le \mu \\ n \ge \frac{1-\mu}{2\mu} \end{gathered}$$

En nuestro caso, si μ=0.01 entonces $n \ge 49.5$ luego $n = 50$.

3. Uno de los métodos más fáciles para buscar exoplanetas (planetas que giran alrededor de otra estrella) es mediante el denominado método del tránsito. Imaginemos que estamos observando una estrella lejana alrededor de la cual gira un planeta. Por casualidad el plano orbital del planeta está orientado de tal forma que en un momento dado de la órbita, el planeta cruza por delante de la estrella, según nuestra línea de observación.

   Cuando esto ocurre, el planeta bloquea una pequeña parte de la luz de la estrella y por tanto, visto desde la Tierra, se observa una disminución de su brillo que se prolonga durante el tiempo T que dura el tránsito. El proceso de disminución (puntos 1 y 2) y aumento (puntos 3 y 4) del brillo cuando el planeta entra y sale del disco estelar tiene una duración t.

   Observando una estrella de idénticas características a las de nuestro Sol (masa y diámetro del Sol: $M_{Sol}=2 \cdot 10^{30}$ kg, $D_{Sol}=1.4 \cdot 10^{9}$ m) se ha detectado un tránsito de acuerdo con el procedimiento descrito arriba. En concreto se sabe que la duración del tránsito es T=14.3 h y el tiempo t=9.8 minutos y que el planeta cruza la estrella por su ecuador en una órbita circular.

   a) ¿Cuál es el radio R de su órbita?

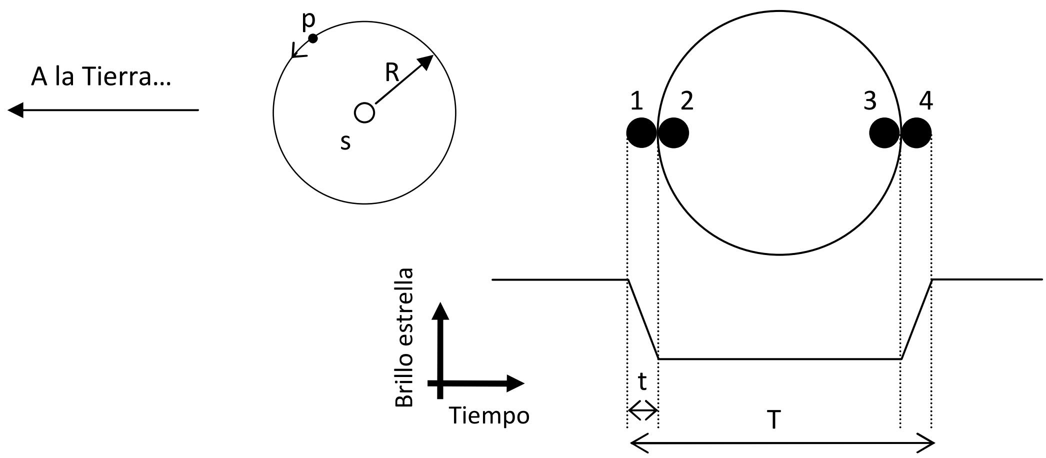
   b) ¿Cuál es el diámetro del planeta?

   Por otros medios se ha estimado que la masa del planeta es $m=10^{25}$ kg. Si consideramos como rocosos los planetas con densidad $\rho>3$ g/cm^3 y gaseosos los planetas con densidad $\rho<3$ g/cm^3.

   c) ¿El planeta descubierto será rocoso o gaseoso?

   Teniendo en cuenta que la zona habitable para una estrella como nuestro Sol es (aproximadamente) la comprendida entre 0.75 y 3.0 UA (UA, unidad astronómica, es el radio medio de la órbita terrestre, aproximadamente 1 UA=1.5 10^{11} m).

   d) ¿Está este planeta en la zona de habitabilidad?



Sol:

1) Del tiempo de tránsito T y el diámetro de la estrella D=D_{Sol} obtenemos la velocidad del planeta en la órbita v.

$$v = \frac{D_{Sol}}{T} = 2.72\,10^4\ m/s$$

La atracción gravitatoria entre estrella y planeta será igual a la fuerza centrípeta sobre éste. De esta relación se obtiene el radio de la órbita del planeta R, que con el valor de la velocidad anterior nos da (en m y U.A.) :

$$R = G\frac{M_{sol}}{v^2} = 1.8\,10^{11}\ m = 1.2\ \mathrm{UA}$$

2) El diámetro d del planeta lo obtenemos del tiempo t, ya que:

$$d = \frac{t}{T}D_{Sol} = 1.6\,10^7\ m$$

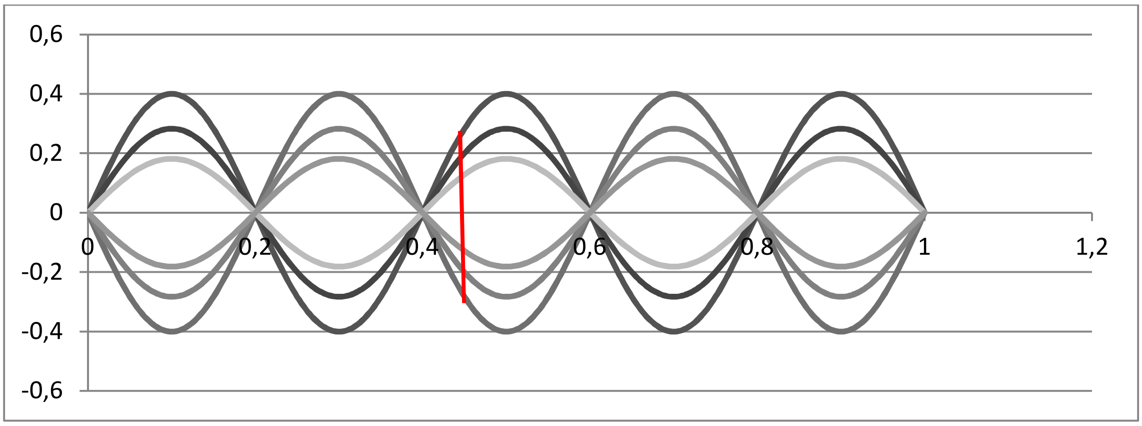
3) Para obtener la densidad:

$$volumen = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = 2.14\,10^{21}\ m^3;\ \ densidad = \frac{masa}{volumen} = 4.7\ g/cm^3$$

4) Por lo tanto es un planeta rocoso y está dentro de la zona de habitabilidad de su estrella!!!

4. A través de una cuerda de 1 m de longitud se superponen una onda $y_1 = y_o sen(\omega t + kx)$ y su reflejada $y_2 = -y_o sen(\omega t - kx)$. La velocidad de propagación de las ondas es de 40 m/s, su frecuencia, f = 100 Hz y la amplitud 0,2m.
   a. Dibujar la onda estacionaria que se forma indicando a que armónico corresponde.
   b. Describir el movimiento del punto situado a una distancia x = 0,45 m del extremo izquierdo de la cuerda. Si este punto está pintado de rojo, ¿qué observaríamos en la cuerda en el tiempo? Dibujarlo sobre la gráfica anterior
   c. Si en un instante dado colgamos una partícula en el punto justo encima del punto de la cuerda situado a x = 0,6 m del extremo izquierdo ¿Experimentaría dicha partícula algún choque con la cuerda? Razonar la respuesta

Sol:



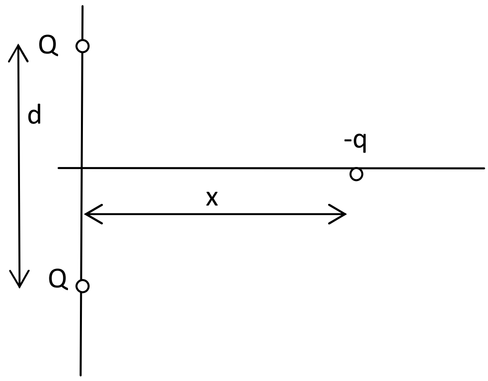
$$y = y_o sen(\omega t + kx) - y_o sen(\omega t - kx) = 0{,}4 sen(5\pi x)\cos(200\pi t)$$

x = 0,45m y = 0,28 cos (200πt)

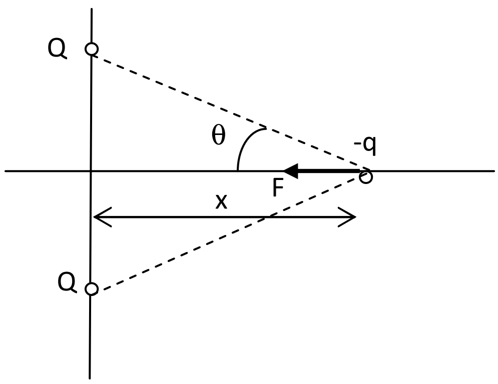
Es un nodo. No vibra. No choca

5. Dos cargas puntuales positivas Q están separadas una distancia d. Equidistante a estas cargas hay una carga puntual -q a una distancia x de su punto medio

   a. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica sobre q?
   b. Demostrar que para valores de x muy pequeños comparados con d, el movimiento de la partícula –q sometida a esta fuerza es un movimiento armónico simple
   c. Si la carga –q tiene una masa m, ¿cuál es el periodo del movimiento?



Sol:



$$\vec{F} = -2\frac{Qq}{\left(x^2+\frac{d^2}{4}\right)}\cos\theta\vec{\imath} = -2\frac{Qqx}{\left(x^2+\frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}\,\vec{\imath}$$

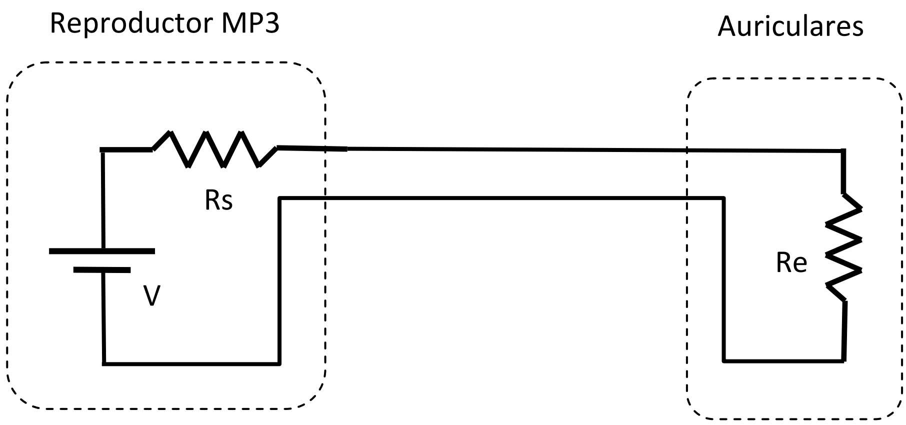
X<< $\quad x^2 + d^2/4 \approx d^2/4$

$$\vec{F} = -\frac{16kQq}{d^3}x\vec{\imath} \quad \text{(M.A.S)}$$

$$-\frac{16kQq}{d^3}\,x = -m\omega^2 x = -m\frac{4\pi^2}{T^2}\,x$$

$$T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{md^3}{kQq}}$$

6. Cuando conectamos los auriculares al reproductor MP3 por ejemplo se produce una transferencia de potencia eléctrica desde el reproductor a los auriculares. Si la conexión es deficiente, la potencia disponible en los auriculares será pequeña y la calidad del sonido baja, produciéndose además un consumo excesivo de las baterías. En este caso, y en muchos otros similares, lo que se desea es que ésta transferencia de potencia sea máxima. Por complejo que sea el circuito de salida de un MP3, puede representarse como un circuito equivalente relativamente sencillo (denominado equivalente Thévenin), formado por una fuente de tensión ideal V en serie con una resistencia, denominada resistencia de salida Rs. Los auriculares, por su parte, al no tener una fuente de alimentación propia equivalen simplemente a una resistencia, resistencia de entrada Re. Cuando los auriculares se conectan al MP3 obtenemos el circuito de la figura.
    a. ¿Cuál deberá ser el valor de Re para que la transferencia de potencia, es decir la potencia consumida en Re, sea la máxima posible?
    b. ¿En este caso, qué % de la potencia consumida se transfiere realmente a los auriculares?



Sol:

La potencia en Re será $P = V \cdot I = (Re \cdot I)I = Re \cdot I^2$. Por otra parte la intensidad que circula por Re es $I = V/(Re + Rs)$ de forma que la potencia, escrita en función de Re es:

$$P = \frac{\mathrm{Re} \cdot V^2}{(\mathrm{Re} + Rs)^2}$$

Donde V y Rs son valores fijos. Para encontrar el valor de Re que proporciona la potencia máxima tenemos que encontrar el máximo de P como función de Re, es decir:

$$\frac{dP}{d\,\mathrm{Re}} = 0$$

Insertando el valor de la potencia en esta ecuación, obtenemos:

$$\frac{(Rs + \mathrm{Re})^2 - \mathrm{Re} \cdot 2 \cdot (Rs + \mathrm{Re})}{(Rs + \mathrm{Re})^4} = 0$$

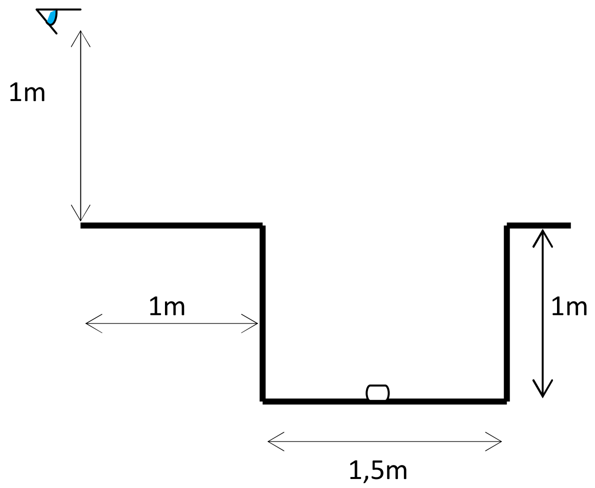
Cuya solución es:

$$\mathrm{Re} = Rs$$

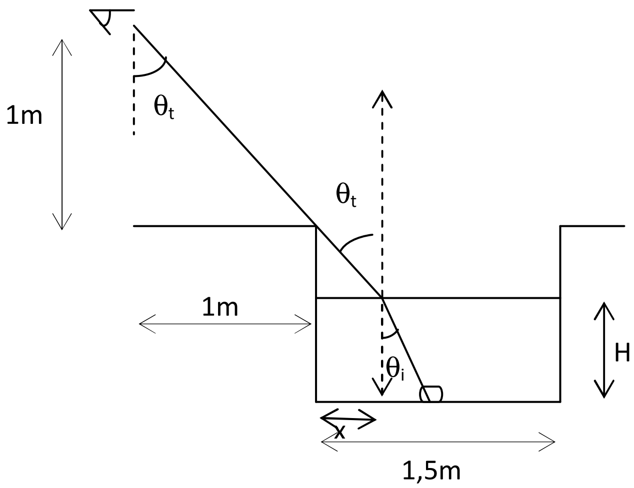
Por tanto la transferencia de potencia es máxima cuando la resistencia de entrada de los auriculares es igual a la resistencia de salida del reproductor de MP3.

Dado que ambas resistencias son iguales, ambas consumen idéntica potencia, es decir un 50% del consumo en el reproductor.

Un observador situado a 1 m de altura y a 1m del límite de un pozo de 1 m de profundidad y 1,5 m de diámetro, intenta ver un punto luminoso situado en el centro de dicho pozo vertiendo agua (n = 4/3) en su interior. Para llenar el pozo se utiliza una manguera que suministra 64 litros de agua por minuto. ¿Hasta qué altura debe llegar el nivel del agua para que el observador vea luz procedente del punto luminoso? ¿Cuánto tiempo transcurre desde que conectamos la manguera hasta que vemos el objeto?



Sol:



Ley Snell: n_i sen θ_i = sen θ_t

Geometría: tg θ_t = 1, θ_t = 45º

sen θ_I = (3 sen 45º)/4

sen θ_I = 32,03º

Conocidos los ángulos

tg θ_t = x/(1-H)

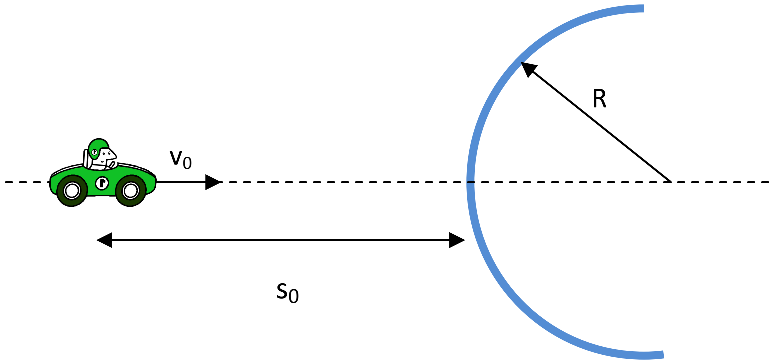
tg θ_I = (0,75-x)/H

H = 0,67 m

El volumen del pozo que es necesario llenar $V = \pi R^2 H$ y el caudal $C = 64/60 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$

$$t = \frac{V}{C} = 18{,}5\ minutos$$

7. Un coche se acerca a un espejo convexo a velocidad constante v_0. Si el espejo tiene un radio R y el coche se encuentra inicialmente a una distancia s_0 ¿Cómo variará el tamaño de su imagen con el tiempo? ¿Cuánto tiempo tendrá que pasar para que el tamaño sea doble que al principio?



Sol:

t = 0 s_o

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} = -\frac{2}{R} \qquad s_i = -\frac{R s_o}{R+2s_o}$$

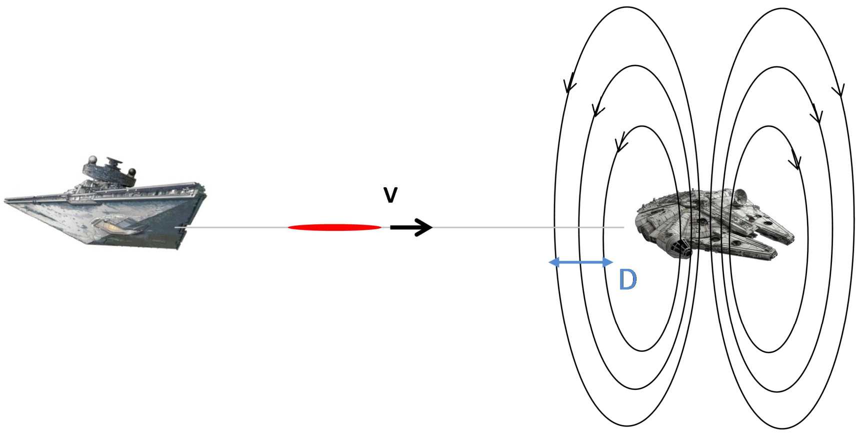
$$\frac{y_{io}}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{R}{R+2s_o} \qquad y_{io} = \frac{R}{R+2s_o} y_o$$

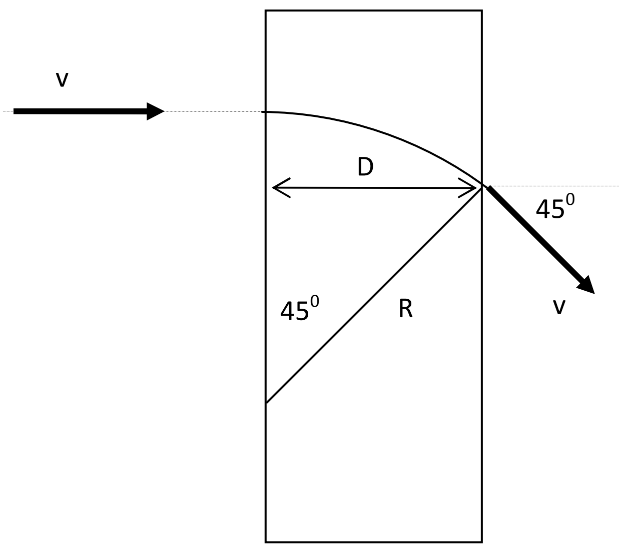
t :

$$s_{ot} = s_o - v_o t \qquad s_{it} = -\frac{R(s_o - v_o t)}{R+2(s_o - v_o t)} \qquad \boxed{y_{it} = \frac{R y_o}{R+2(s_o - v_o t)}}$$

$$y_{it} = 2y_{io} \qquad \frac{R y_o}{R+2(s_o - v_o t)} = \frac{R}{R+2s_o} y_o \qquad \boxed{t = \frac{R+2s_o}{4v_0}}$$

8. Han Solo y Chewaka intentan escapar en su nave espacial “El Halcón Milenario” de un crucero de combate imperial. El crucero de combate está disparando su poderoso cañón iónico y nuestros héroes pretenden evitar los impactos activando los escudos deflectores magnéticos, tal y como se muestra en la figura. Sabemos que el cañón lanza iones de hierro a los que se les ha quitado un electrón ($q=1.6 \cdot 10^{-19}$C). Estos iones tienen una masa $m=1.0 \cdot 10^{-25}$ kg y se aproximan al Halcón Milenario con una velocidad $v=10^4$ km/s. Los escudos magnéticos producen un campo magnético uniforme y perpendicular a la dirección de los iones que actúa a lo largo de una distancia D=10 m. Para evitar el impacto de los iones, éstos deben ser desviados un ángulo de 45^o respecto de su dirección inicial tras atravesar esta distancia D. Sabiendo esto,
    a. ¿cuál es el mínimo valor del campo magnético que evitará el impacto de los iones?
    b. ¿Sería posible aumentar el valor del campo magnético y devolver los iones hacia el crucero imperial? En caso afirmativo calcular el valor del nuevo campo magnético.





Sol:

El radio de curvatura de las trayectorias en el campo magnético será:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Y por otro lado:

$$sen45^o = \frac{D}{R}$$

De ambas expresiones

$$B = \frac{mv\ sen45^o}{qD} = 0.442\ T$$

Si queremos que los iones vuelvan de donde han venido, entonces $R = D$ y ahora $B = \frac{mv}{qD} = 0.625\ T$